



**Nuno Dinarte Gouveia**  
Licenciado em Engenharia Civil

## **Punçoamento em Lajes de Betão com Fibras**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
Engenharia Civil – Perfil de Estruturas

Orientador: Doutor Duarte Miguel Viúla Faria,  
Professor Auxiliar, FCT/UNL  
Co-orientador: Doutor António Manuel Pinho Ramos,  
Professor Auxiliar, FCT/UNL

Júri:

Presidente: Prof. Doutor Rodrigo de Moura Gonçalves  
Arguente: Prof. Doutor Válder José da Guia Lúcio  
Vogais: Prof. Doutor Duarte Miguel Viúla Faria  
Prof. Doutor António Manuel Pinho Ramos



FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

**Setembro 2012**





“Copyright” Nuno Dinarte Gouveia, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.



*À minha namorada Carolina Silva*  
*Aos meus pais José Manuel Gouveia e Maria Olga Gouveia*



# Agradecimentos

Um especial apreço aos meus orientadores, Professor Duarte Faria e Professor António Pinho Ramos, pela disponibilidade, pelos conhecimentos partilhados, pelo incentivo e pelo seu constante acompanhamento durante a realização deste trabalho.

Aos colegas Nelson Fernandes, Micael Inácio, Hugo Fernandes com os quais desenvolvi os modelos de laje no laboratório de Estruturas do Departamento de Engenharia Civil da FCT-UNL e partilhei valiosos conhecimentos.

A todos os professores do Departamento de Engenharia Civil que contribuíram para a realização deste trabalho, pelos documentos fornecidos e conselhos transmitidos e também pela contribuição que tiveram na minha formação profissional ao longo do curso.

A todo o pessoal do Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa (FCT-UNL), por ter criado as condições que tornaram possível o desenvolvimento deste trabalho.

Às funcionárias do Departamento de Engenharia Civil, Carla Teixeira e Maria da Luz, não só por toda a eficiência e apoio nos assuntos administrativos, mas também pela dedicação, disponibilidade e interesse no meu bem estar.

Ao pessoal técnico do Laboratório de Estruturas e Resistência dos Materiais do Departamento de Engenharia Civil da FCT-UNL, Sr. José Gaspar e Sr. Jorge Silvério, pelo empenho e dedicação prestada na realização dos modelos e dos trabalhos experimentais.

Às empresas BIU em Portugal, BEKAERT na Bélgica e à SONAGIL,SA por terem facultado o material para o desenvolvimento deste trabalho.

À Carolina Silva, por toda a ajuda, atenção, carinho, força e compreensão demonstradas ao longo de todo este tempo, apesar da falta de convivência verificada nos últimos anos.

Agradecer a toda a minha família, em especial aos meus pais, a quem fico muito grato por todo o que têm feito por mim, pelo amor e educação que me têm dado ao longo da minha vida, e também aos meus irmãos e sogros, por todo o apoio e incentivo demonstrado, transmitindo-me confiança, força e valor no desenvolvimento deste trabalho.

Por último, agradecer a todas as pessoas que directa ou indirectamente ajudaram-me na elaboração deste trabalho, no meu percurso académico e na minha vida.



# Resumo

Uma solução que apresenta grande potencial para a melhoria da capacidade de carga ao punçoamento, é aquela promovida pela introdução de fibras de aço descontínuas, orientadas aleatoriamente ao betão utilizado na ligação laje-pilar. Por causa da sua orientação aleatória, este tipo de reforço tem a vantagem de ser eficaz para servir de ponte de ligação das fissuras que se formam em várias direcções. Esta solução é potencialmente mais rentável e menos "intrusiva" em comparação com outras, evitando os custos de amarração e colocação das armaduras transversais, como ocorre no reforço com armadura específica de punçoamento.

Neste trabalho, são apresentados os resultados de uma investigação experimental sobre o comportamento ao punçoamento de modelos de lajes fungiformes, realizados com um betão de resistência à compressão em torno dos 35 MPa. Construíram-se seis modelos de laje com betões reforçados com fibras de aço (BRFA) usando diferentes percentagens volumétricas de fibras (0.00, 0.50%, 0.75%, 1.00% e 1.25%).

A previsão da capacidade de carga de cada modelo foi feita recorrendo a modelos de cálculo propostos por alguns autores, incluindo o do novo Model Code 2010 [15], nos quais foram introduzidas as características mecânicas dos betões usados, resultantes de ensaios em vigas entalhadas e painéis de laje quadrados, realizados no âmbito de outro trabalho desenvolvido por Fernandes [16]. Os resultados mostram que, de uma forma geral, as previsões são satisfatórias. A deformação dos modelos, a extensão da armadura longitudinal, a capacidade de carga e modo de rotura são analisados.

Os resultados mostraram não só um aumento na capacidade de carga, mas também da capacidade de deformação, quando comparada com a laje de referência, onde não foi utilizado BRFA.

## Palavras chave:

Betão reforçado com fibras de aço (BRFA); Punçoamento; Laje fungiforme; Propriedades mecânicas; Fibras de aço; Análise experimental.





# Abstract

One solution that presents great potential for the improvement of punching capacity is represented by discontinuous randomly oriented steel fibres, which can be added to the concrete used in the slab-column connection. Because of their random orientation, this type of reinforcement has the advantage of being effective for bridging cracks in any direction. This solution is potentially more cost-effective and less “intrusive” reinforcement solution compared to others, avoiding costs for handling and placing of reinforcement, as occurs with punching reinforcement.

In this work are presented the results of an experimental investigation regarding the punching behaviour of flat slabs models, made of concrete with a compressive strength around 35 MPa. Six specimens were made with steel fibre reinforced concrete (SFRC) using different fibres contents (0.00, 0.50%, 0.75%, 1.00% e 1.25%).

The predicted load capacity of each model was done using the calculation models proposed by some authors, including the new Model Code 2010 [15], in which were introduced the mechanical characteristics of concrete used as obtained from tests on notched beams and squares slab panels, made on scope of other work [16]. The results show that, in general, the predictions are satisfactory. The models displacements, longitudinal reinforcement strain, load capacity and mode of failure are analyzed.

The results showed not only an increased punching capacity, but also increased deformation capacity when compared with the reference slab, where it wasn't used SFRC.

## Keywords:

Steel fibre reinforced concrete (SFRC); Punching; Flat slab; Mechanical properties; Steel fibres; Experimental testing.



# Índice de Matérias

<b>Copyright</b>	<b>i</b>
<b>Agradecimentos</b>	<b>v</b>
<b>Resumo</b>	<b>vii</b>
<b>Abstract</b>	<b>ix</b>
<b>Índice de Figuras</b>	<b>xv</b>
<b>Índice de Tabelas</b>	<b>xxi</b>
<b>Lista de abreviaturas, siglas e símbolos</b>	<b>xxiii</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Aspectos Gerais . . . . .	1
1.2 Objectivos . . . . .	2
1.3 Organização da Tese . . . . .	3
<b>2 Estado do Conhecimento</b>	<b>5</b>
2.1 Introdução . . . . .	5
2.2 Punçoamento em Lajes de Betão com Fibras . . . . .	6
2.2.1 <i>Swamy e Ali – 1982</i> . . . . .	6
2.2.2 <i>Narayanan e Darwish - 1987</i> . . . . .	8
2.2.3 <i>Alexander e Simmonds – 1992</i> . . . . .	11
2.2.4 <i>Theodorakopoulos e Swamy - 1993</i> . . . . .	12
2.2.5 <i>Shaaban e Gesund - 1994</i> . . . . .	14

2.2.6	<i>Harajli et al. - 1995</i> . . . . .	15
2.2.7	<i>McHarg - 1997</i> . . . . .	18
2.2.8	<i>Vargas - 1997</i> . . . . .	21
2.2.9	<i>Azevedo - 1999</i> . . . . .	23
2.2.10	<i>Naaman et al. - 2007</i> . . . . .	26
2.2.11	<i>De Hanai e Holanda - 2008</i> . . . . .	29
2.2.12	<i>Cheng e Parra-Montesinos - 2010</i> . . . . .	32
2.2.13	<i>Paías – 2010</i> . . . . .	36
2.2.14	<i>Higashiyama et al. - 2011</i> . . . . .	38
2.2.15	<i>Nguyen-Minh et al. - 2012</i> . . . . .	42
2.2.16	<i>Maya et al. - 2012</i> . . . . .	45
2.3	Eurocódigo 2 - NP EN 1992-1-1 [30] e <i>fib</i> Model Code 2010 [15] . .	51
2.3.1	Eurocódigo 2 - NP EN 1992-1-1 [30] . . . . .	51
2.3.2	<i>fib</i> Model Code 2010 [15] . . . . .	53
<b>3</b>	<b>Programa Experimental</b>	<b>59</b>
3.1	Introdução . . . . .	59
3.2	Descrição dos Modelos . . . . .	61
3.3	Caracterização dos Materiais . . . . .	67
3.3.1	Betão . . . . .	67
3.3.2	Aço da Armadura Ordinária . . . . .	78
3.3.3	Fibras de Aço . . . . .	80
3.4	Instrumentação dos Ensaios . . . . .	81
3.5	Execução dos Ensaios . . . . .	86
3.5.1	Modelo ND0 . . . . .	87
3.5.2	Modelos com Incorporação de Fibras . . . . .	87
<b>4</b>	<b>Análise dos Resultados</b>	<b>95</b>
4.1	Introdução . . . . .	95
4.2	Apresentação dos Resultados . . . . .	95
4.2.1	Deslocamentos Verticais . . . . .	95
4.2.2	Extensões na Armadura Longitudinal Superior . . . . .	110

4.2.3	Excentricidade da Carga . . . . .	122
4.3	Efeito do Betão com Fibras na Capacidade de Carga . . . . .	129
4.4	Geometria das Superfícies de Rotura . . . . .	133
4.5	Análise das Cargas de Rotura . . . . .	137
4.5.1	Eurocódigo 2 - NP EN 1992-1-1 [30] . . . . .	138
4.5.2	<i>fib</i> Model Code 2010 [15] . . . . .	138
4.5.3	Lei Tensão-Abertura de Fenda . . . . .	140
4.5.4	Comparação com Outros Investigadores . . . . .	140
4.5.5	Comparação das Cargas de Rotura e as Rotações Experimentais com as Previstas . . . . .	140
<b>5</b>	<b>Conclusões</b>	<b>149</b>
5.1	Conclusões . . . . .	149
5.1.1	Efeito do Betão com Fibras na Capacidade de Carga . . . . .	149
5.1.2	Deslocamentos Verticais . . . . .	150
5.1.3	Extensões na Armadura Longitudinal Superior . . . . .	150
5.1.4	Previsão das Cargas de Rotura . . . . .	151
5.1.5	Geometria das Superfícies de Rotura . . . . .	151
5.2	Recomendações para Trabalhos Futuros . . . . .	152
	<b>Bibliografia</b>	<b>153</b>
	<b>A Características dos Trabalhos Analisados</b>	<b>157</b>
	<b>B Formulação dos Betões</b>	<b>161</b>
	<b>C Análise Granulométrica dos Agregados</b>	<b>167</b>



# Índice de Figuras

2.1	Esquema da ligação laje-pilar adoptada por Narayanan e Darwish [40]. . . . .	8
2.2	Relação da resistência última normalizada com a percentagem de fibras (adaptado de Harajli <i>et al.</i> [17]). . . . .	16
2.3	Distribuição das armaduras superiores [35]. . . . .	18
2.4	Distribuição das armaduras inferiores [35]. . . . .	19
2.5	Esquema das lajes realizadas por McHarg [35]. . . . .	20
2.6	Variação da carga última em função de: volume de fibras, resistência à compressão do betão e da armadura transversal segundo Vargas [46]. . . . .	22
2.7	Distribuição das armaduras longitudinais e transversais utilizadas por Azevedo [6] (Adaptado de Azevedo [6]). . . . .	24
2.8	Representação dos modelos ensaiados por Naaman <i>et al.</i> [39]. . . . .	26
2.9	Esquema do modelo das lajes de De Hanai e Holanda [11]. . . . .	30
2.10	Capacidade relativa de deformação e de absorção de energia dos modelos [7]. . . . .	35
2.11	Esquema de ensaio adoptado por Paías [42]. . . . .	37
2.12	Esquema de ensaio adoptado por Higashiyama <i>et al.</i> [19]. . . . .	39
2.13	Diagrama de corpo livre de uma viga simplesmente apoiada e suposições geométricas da fenda de corte de acordo com Nguyen-Minh <i>et al.</i> [41]. . . . .	43
2.14	Desenvolvimento do perímetro de rotura de punçoamento através escora teórica de compressão [34]. . . . .	46

2.15 Avaliação da resistência ao punçoamento e da capacidade de deformação de acordo com CSCT. . . . .	47
2.16 Previsão da resistência ao punçoamento para lajes reforçadas com fibras [34]. . . . .	50
2.17 Perímetro de controlo segundo a NP EN 1992-1-1 [30]. . . . .	53
2.18 Perímetro de controlo para pilares segundo o <i>fib</i> MC2010 [15]. . . . .	54
3.1 Aspecto geral de um modelo de laje após betonagem. . . . .	60
3.2 Aspecto geral de um modelo de laje após ensaio. . . . .	61
3.3 Geometria dos modelos, (a) planta e (b) corte A-A' (desenho sem escala e dimensões em mm). . . . .	62
3.4 Aspecto geral dos modelos e do macaco hidráulico. . . . .	63
3.5 Perfil metálico RHS apoiado nas placas de aço com gesso. . . . .	63
3.6 Aspecto geral do grupo hidráulico WALTER BAI AG tipo NSPA 700 / DIG 2000. . . . .	64
3.7 Armaduras longitudinais dos modelos (desenhos sem escala e dimensões em mm). . . . .	65
3.8 Montagem e aspecto final das armaduras longitudinais. . . . .	66
3.9 Fibras de aço Dramix® RC 65/35 BN. . . . .	66
3.10 Provetes cúbicos, provetes cilíndricos, vigas e painéis de laje nos respectivos moldes no dia da betonagem [16]. . . . .	67
3.11 Amostras dos materiais utilizados no fabrico do betão. . . . .	69
3.12 Betoneira utilizada no fabrico do betão. . . . .	70
3.13 Vibrador utilizado na betonagem. . . . .	71
3.14 Moldes e ensaio de provetes cúbicos [16]. . . . .	71
3.15 Rotura de provetes cúbicos [16]. . . . .	72
3.16 Rotura de provetes cilíndrico [16]. . . . .	72
3.17 Esquema de ensaio das vigas entalhadas [16] (desenho sem escala e dimensões em mm). . . . .	74
3.18 Esquema de ensaio dos painéis de laje quadrados [16] (desenho sem escala e dimensões em mm). . . . .	75
3.19 Relação ( $\sigma - w$ ) resultantes dos ensaios às vigas entalhadas [16]. . . . .	77



3.20 Relação ( $\sigma - w$ ) resultantes dos ensaios aos painéis de laje quadrados [16]. . . . .	77
3.21 Rotura de vigas entalhadas [16]. . . . .	79
3.22 Rotura de painéis de laje quadrados [16]. . . . .	79
3.23 Fibras de aço Dramix® RC 65/35 BN utilizadas. . . . .	80
3.24 Aplicação e distribuição das fibras no betão durante a betonagem. . . . .	81
3.25 Célula de carga TML do tipo CLC-200KNA. . . . .	81
3.26 Localização em planta e em corte das células de carga, (a) planta e (b) corte A-A' (desenhos sem escala e dimensões em mm). . . . .	82
3.27 Deflectómetros eléctricos da TML fixados em base magnética e em perfis metálicos, apoiados em bases de acrílico. . . . .	83
3.28 Localização dos deflectómetros (desenhos sem escala e dimensões em mm). . . . .	84
3.29 Localização em planta dos extensómetros eléctricos na armadura superior (desenhos sem escala). . . . .	85
3.30 Extensómetros eléctricos localizados na armadura longitudinal superior. . . . .	85
3.31 Data Logger HBM Spider 8. . . . .	86
3.32 Vista geral da rotura por punçoamento do modelo ND0. . . . .	88
3.33 Vista geral da rotura por punçoamento do modelo ND1. . . . .	89
3.34 Vista geral da rotura por punçoamento do modelo ND2. . . . .	90
3.35 Vista geral da rotura por punçoamento do modelo ND3. . . . .	91
3.36 Vista geral da rotura por punçoamento do modelo ND4. . . . .	92
3.37 Vista geral da rotura por punçoamento do modelo ND5. . . . .	93
4.1 Evolução dos deslocamentos verticais com a carga vertical para o modelo ND0. . . . .	97
4.2 Deformadas no modelo ND0 para o alinhamento D2 e D7. . . . .	97
4.3 Deformadas no modelo ND0 para o alinhamento D8 e D11. . . . .	98
4.4 Evolução dos deslocamentos verticais com a carga vertical para o modelo ND1. . . . .	99
4.5 Deformadas no modelo ND1 para o alinhamento D2 e D7. . . . .	99

4.6	Deformadas no modelo ND1 para o alinhamento D8 e D11. . . . .	100
4.7	Evolução dos deslocamentos verticais com a carga vertical para o modelo ND2. . . . .	101
4.8	Deformadas no modelo ND2 para o alinhamento D2 e D7. . . . .	101
4.9	Deformadas no modelo ND2 para o alinhamento D8 e D11. . . . .	102
4.10	Evolução dos deslocamentos verticais com a carga vertical para o modelo ND3. . . . .	103
4.11	Deformadas no modelo ND3 para o alinhamento D2 e D7. . . . .	103
4.12	Deformadas no modelo ND3 para o alinhamento D8 e D11. . . . .	104
4.13	Evolução dos deslocamentos verticais com a carga vertical para o modelo ND4. . . . .	105
4.14	Deformadas no modelo ND4 para o alinhamento D2 e D7. . . . .	105
4.15	Deformadas no modelo ND4 para o alinhamento D8 e D11. . . . .	106
4.16	Evolução dos deslocamentos verticais com a carga vertical para o modelo ND5. . . . .	107
4.17	Deformadas no modelo ND5 para o alinhamento D2 e D7. . . . .	107
4.18	Deformadas no modelo ND5 para o alinhamento D8 e D11. . . . .	108
4.19	Evolução dos deslocamentos verticais relativos (D8-D11) com a carga vertical em todos modelos. . . . .	109
4.20	Disposição dos extensómetros na armadura longitudinal superior no modelo ND0 (desenho sem escala e dimensões em mm). . . . .	110
4.21	Disposição dos extensómetros na armadura longitudinal superior nos modelos ND1, ND2, ND3, ND4 e ND5 (desenho sem escala e dimensões em mm). . . . .	110
4.22	Evolução das extensões no modelo ND0. . . . .	111
4.23	Distribuição transversal das extensões no modelo ND0. . . . .	112
4.24	Evolução das extensões no modelo ND1. . . . .	113
4.25	Distribuição transversal das extensões no modelo ND1. . . . .	113
4.26	Evolução das extensões no modelo ND2. . . . .	114
4.27	Distribuição transversal das extensões no modelo ND2. . . . .	115
4.28	Evolução das extensões no modelo ND3. . . . .	116

4.29 Distribuição transversal das extensões no modelo ND3. . . . .	116
4.30 Evolução das extensões no modelo ND4. . . . .	117
4.31 Distribuição transversal das extensões no modelo ND4. . . . .	118
4.32 Evolução das extensões no modelo ND5. . . . .	119
4.33 Distribuição transversal das extensões no modelo ND5. . . . .	120
4.34 Disposição em planta das células de carga dos modelos (desenho sem escala e dimensões em mm). . . . .	122
4.35 Evolução da carga em cada célula de carga em função da carga vertical total no modelo ND0. . . . .	123
4.36 Evolução da carga em cada célula de carga em função da carga vertical total no modelo ND1. . . . .	124
4.37 Evolução da carga em cada célula de carga em função da carga vertical total no modelo ND2. . . . .	125
4.38 Evolução da carga em cada célula de carga em função da carga vertical total no modelo ND3. . . . .	126
4.39 Evolução da carga em cada célula de carga em função da carga vertical total no modelo ND4. . . . .	127
4.40 Evolução da carga em cada célula de carga em função da carga vertical total no modelo ND5. . . . .	128
4.41 Perímetro de controlo segundo a NP EN 1992-1-1 [30]. . . . .	131
4.42 Capacidade de carga normalizada corrigida dos vários modelos. . .	132
4.43 Esquema do levantamento geométrico da inclinação da superfície de rotura (desenhos sem escala). . . . .	134
4.44 Forma da superfície de rotura do modelo ND0, cortes A-A' e B-B'. .	135
4.45 Forma da superfície de rotura do modelo ND1, cortes A-A' e B-B'. .	136
4.46 Forma da superfície de rotura do modelo ND2, cortes A-A' e B-B'. .	136
4.47 Forma da superfície de rotura do modelo ND3, cortes A-A' e B-B'. .	136
4.48 Forma da superfície de rotura do modelo ND4, cortes A-A' e B-B'. .	137
4.49 Forma da superfície de rotura do modelo ND5, cortes A-A' e B-B'. .	137
C.1 Curva granulométrica dos agregados utilizados no estudo. . . . .	170



# Índice de Tabelas

2.1	Detalhes dos modelos realizados por Narayanan e Darwish [40]. . . . .	9
2.2	Tipos e características das fibras utilizadas por Theodorakopoulos e Swamy [45]. . . . .	13
2.3	Resultados obtidos no modelos ensaiados por Naaman <i>et al.</i> [39] . . . . .	27
2.4	Propriedades dos materiais utilizados nas lajes de Cheng e Parra-Montesinos [7]. . . . .	34
2.5	Propriedades mecânicas dos betões com fibras de aço utilizados nos modelos de Paías [42]. . . . .	36
2.6	Características dos modelos ensaiados por Higashiyama <i>et al.</i> [19]. . . . .	40
3.1	Quantidade de material utilizado na elaboração dos modelos. . . . .	68
3.2	Caracterização do betão nos modelos de laje [16]. . . . .	73
3.3	Parâmetros da relação ( $\sigma-w$ ) do tipo quadri-linear nas vigas entalhadas [16]. . . . .	76
3.4	Parâmetros da relação ( $\sigma-w$ ) do tipo quadri-linear nos painéis de laje quadrados [16]. . . . .	76
3.5	Caracterização do aço da armadura longitudinal. . . . .	78
3.6	Valores da carga de rotura dos vários modelos. . . . .	86
4.1	Extensões médias registadas na armadura longitudinal superior ( $\times 10^{-3}$ ). . . . .	121
4.2	Excentricidade da carga de rotura dos modelos. . . . .	128
4.3	Aumento da capacidade de carga nos modelos ensaiados. . . . .	132
4.4	Inclinações da superfície de rotura com a horizontal. . . . .	134

4.5	Comparação das cargas de rotura e as rotações experimentais com as previstas. . . . .	142
A.1	Características dos trabalhos analisados. . . . .	157
C.1	Massa mínima dos provetes de ensaio [22]. . . . .	167
C.2	Curva Granulométrica da Areia 0/2. . . . .	168
C.3	Curva Granulométrica da Areia 2/4. . . . .	169
C.4	Curva Granulométrica do Agregado Calcário 0/12.5. . . . .	169

# Lista de abreviaturas, siglas e símbolos

## Abreviaturas e Siglas

ACI American Concrete Institute

ASCE American Society of Civil Engineers

BRFA Betão Reforçado com Fibras de Aço

*CAR* Betão de Alta Resistência

*CBR* Betão de Resistência Normal

CEB Comité Euro-International du Béton

CSCT Critical Shear Crack Theory

EC2 Eurocódigo 2

FCT Faculdade de Ciências e Tecnologia

*fib* Fédération Internationale du Béton

FRC Fiber-Reinforced Concrete

*FRCU* Lajes com reforço de fibras somente na parte superior da laje e com distribuição uniforme da armadura longitudinal superior

*FRCB* Lajes com reforço de fibras somente na parte superior da laje e com distribuição em faixas da armadura longitudinal superior

FRM Argamassa Reforçada com Fibras

*FRSU* Lajes com reforço de fibras em toda a altura útil e com distribuição uniforme da armadura longitudinal superior

*FRSB* Lajes com reforço de fibras em toda a altura útil e com distribuição em faixas da armadura longitudinal superior

JSCE Japan Society of Civil Engineers

MC2010 Model Code 2010

*NSCU* Lajes com betão normal e com distribuição uniforme da armadura longitudinal superior

*NSCB* Lajes com betão normal e com distribuição em faixas da armadura longitudinal superior

PVA polyvinyl alcohol fibres

SFRC Steel Fiber-Reinforced Concrete

SPE ultra-high molecular weight polyethylene fibres

TOR twisted steel fibres identified as Torex

UNL Universidade Nova de Lisboa

## Símbolos

### Minúsculas

$a_T$  comprimento da projecção horizontal da fenda diagonal

$b$  largura do provete



- $b_u$  diâmetro de um círculo com a mesma área que a região interior do perímetro de controlo
- $b_x$  dimensões do perímetro de controlo no eixo x
- $b_y$  dimensões do perímetro de controlo no eixo y
- $c$  dimensão do pilar
- $c_1$  dimensão do pilar na direcção x
- $c_2$  dimensão do pilar na direcção y
- $d$  altura útil média da laje
- $d_g$  máxima dimensão do agregado do betão
- $e_u$  excentricidade da resultante das forças de corte em relação ao centróide do perímetro de controlo
- $e_x$  excentricidade M/V em torno do eixo x
- $e_y$  excentricidade M/V em torno do eixo y
- $f_c$  tensão de rotura do betão à compressão
- $f_{ccm}$  valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cubos (150x150 mm<sup>2</sup>)
- $f_{cd}$  valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão em provetes cilíndricos (150x300 mm<sup>2</sup>)
- $f_{ck}$  valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias, medida em provetes cilíndricos (150x300 mm<sup>2</sup>)
- $f_{cm}$  valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em provetes cilíndricos (150x300 mm<sup>2</sup>)
- $f_{ctm}$  valor médio da tensão de rotura do betão à tracção simples
- $f_{ctm,flexão}$  valor médio da tensão de rotura do betão à tracção por flexão

$f_{Ftuk}$  valor característico da tensão de tracção residual última para betão reforçado com fibras (BRF)

$f_{Ftum}$  valor médio da tensão de tracção residual última para betão reforçado com fibras (BRF)

$f_{0.2k}$  valor característico da tensão limite convencional de proporcionalidade a 0.2 % à tracção do aço das armaduras para betão armado

$f_t$  tensão de rotura à tracção do aço das armaduras para betão armado

$f_{u,f}$  tensão de tracção última das fibras

$f_y$  tensão de cedência à tracção do aço das armaduras para betão armado

$f_{yd}$  valor de cálculo da tensão de cedência à tracção do aço das armaduras para betão armado

$h$  espessura da laje

$h_p$  altura do provete

$k_b$  factor que têm em conta a geometria da fibra

$k_e$  coeficiente de excentricidade que é determinado como função do momento transferido do pilar para a laje

$m_R$  momento resistente por unidade de comprimento

$m_{sd}$  momento flector médio por unidade de comprimento usado para o cálculo da armadura de flexão numa banda correspondente ao apoio de largura  $b_s$

$n_f$  factor que têm em conta a eficiência do tipo de fibra

$r_s$  distância do eixo do pilar até a linha de momentos de flexão nulos

$r_{s,x}$  ;  $r_{s,y}$  representam as distâncias desde o pilar ao ponto em que o momento flector é nulo para cada um dos vãos

$u$  perímetro de controlo de punçoamento

- $u_p$  perímetro do pilar
- $u_{red}$  perímetro de controlo de punçoamento reduzido devido às excentricidades da carga
- $u^*$  perímetro de controlo reduzido para pilares próximo ao bordo
- $u_0$  perímetro a usar na determinação de  $V_{Rd,max}$
- $v_b$  tensão de arrancamento vertical nas fibras ao longo da fenda inclinada
- $v_u$  tensão resistente ao punçoamento
- $w$  abertura de fenda

### **Maiúsculas**

- $A_{sw}$  área da secção das armaduras de esforço transversal
- $D_f$  diâmetro das fibras
- $D_{e,f}$  diâmetro equivalente das fibras
- $E_{cm}$  módulo de elasticidade secante do betão (NP EN 1992-1-1)
- $E_s$  módulo de elasticidade do aço da armadura longitudinal
- F força registada nos ensaios dos provetes
- $F_f$  parâmetro que têm em consideração três factores: esbelteza da fibra, a percentagem volumétrica de fibras adicionadas e um factor de ligação
- K valor de uma constante não-dimensional
- $K_f$  coeficiente que tem em conta a orientação global das fibras
- L vão do provete
- $L_f$  comprimento das fibras
- $L_l$  largura teórica da laje
- N carga

$V$  força de punçoamento

$V_{exp}$  carga de rotura experimental ao punçoamento

$V_{exp,norm}$  valor normalizado da carga de rotura experimental

$V_{flex}$  força associada à resistência à flexão da laje

$V_{Rd,c}$  valor de cálculo do esforço resistente ao punçoamento sem armaduras específicas de punçoamento

$V_{Rd,f}$  valor de cálculo do esforço resistente ao punçoamento do betão com fibras

$V_{Rd,max}$  valor de cálculo do esforço máximo resistente ao punçoamento

$V_{ref}$  valor normalizado da carga de rotura experimental na laje de referência

$V_{Rm}$  valor médio da força resistente ao punçoamento

$V_{u,pred}$  carga de rotura prevista ao punçoamento

$W_f$  quantidade de fibras introduzidas em  $\text{kg/m}^3$

### **Gregas**

$\alpha$  ângulo de corte

$\alpha_f$  esbelteza das fibras

$\beta$  coeficiente para ter em conta excentricidade da força de punçoamento

$\beta_c$  relação entre os lados de um pilar ( $\geq 1$ )

$\gamma_c$  coeficiente de segurança do betão

$\gamma_F$  factor parcial de segurança para o betão reforçado com fibras

$\gamma_s$  coeficiente de segurança do aço

$\lambda_s$  factor do efeito de escala que depende da espessura da laje  $h$

$\xi$  distância vertical de um ponto relativamente ao intradorso da laje (altura útil)

$\rho_f$  percentagem volumétrica de fibras

$\rho_l$  percentagem geométrica média de armadura longitudinal de tracção

$\rho_{lx}$  percentagens geométricas de armadura de tracção na direcção x, situadas numa distância igual à largura do pilar acrescida de 3d para cada lado do pilar

$\rho_{ly}$  percentagens geométricas de armadura de tracção na direcção y, situadas numa distância igual à largura do pilar acrescida de 3d para cada lado do pilar

$\sigma$  tensão

$\sigma_c$  valor da tensão de compressão no betão

$\sigma_t$  tensão de tracção uniaxial do betão

$\sigma_{tf}$  tensão nas fibras ao longo de um plano de área unitária

$\sigma_{t,res}$  corresponde ao valor da tensão de tracção residual, tendo em conta  $w_u = 1.5 \text{ mm}$

$\tau$  tensão de ligação das fibras ao betão na interface

$\tau_b$  tensão média de aderência entre as fibras e a matriz de betão

$\phi_s$  diâmetro dos varões da armadura longitudinal

$\psi$  rotação da laje

$\psi_R$  rotação última da laje

$\psi_{u,exp}$  rotação última experimental da laje

$\psi_{u,pred}$  rotação última prevista da laje



# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Aspectos Gerais

A adopção de lajes fungiformes em edifícios é uma solução comum devido a ser económica, de fácil e rápida construção. Neste tipo de estruturas, um dos inconvenientes é o fenómeno de punçoamento, que surge pela actuação de uma carga concentrada (pilar) na laje. Diz-se que ocorreu punçoamento numa laje quando se produz uma rotura com forma tronco-piramidal ou tronco-cónica, se o pilar for quadrado ou circular, respectivamente, à volta do pilar no qual a laje se apoia.

Existem diversas técnicas para melhorar a capacidade resistente ao punçoamento, como por exemplo, a colocação de armaduras transversais na forma de estribos ou de "studs", a colocação de um capitel de betão, o aumento da espessura da laje ou da secção do pilar, utilização de pós-tensão ou mais recentemente o uso de betão com fibras. Cada uma das técnicas enumeradas apresenta as suas vantagens e desvantagens.

Enquanto material estrutural, o betão caracteriza-se pela sua elevada resistência à compressão mas baixa resistência à tracção. Devido a este comportamento distinto, o betão quando está sujeito a esforços de tracção é reforçado com varões de aço no seu interior, com o intuito destes resistirem a tais esforços. Para que o betão tenha capacidade de resistir a esforços de tracção em qualquer direcção, são adicionadas fibras curtas, distribuídas de forma aleatória

para reforçar a mistura. Como existe um aumento na capacidade de resistência à tracção, diminui-se a abertura das fendas e os mecanismos responsáveis pela sua propagação, criando “pontes” que ligam as faces da fenda. Note-se que as características mecânicas do betão reforçado com fibras dependem das propriedades das fibras, da matriz, da interacção fibra-matriz e da distribuição das fibras dentro da matriz cimentícia.

O comportamento do betão reforçado com fibras de aço tem sido alvo de investigação já há algumas décadas, mas não se tem conhecimento de outros ensaios ao punçoamento de lajes com fibras que fossem acompanhadas por uma caracterização tão detalhada das propriedades do betão, nomeadamente do seu comportamento à tracção, através da definição de uma lei tensão-abertura da fenda do betão utilizado nas lajes, daí a importância da realização do presente trabalho para o esclarecimento de algumas destas questões.

## 1.2 Objectivos

Este trabalho tem por objectivo maior analisar o comportamento de lajes de betão reforçado com fibras de aço quando sujeitas a forças de punçoamento em ligações laje-pilar. A motivação prende-se em melhorar o comportamento para estados limites últimos de lajes sujeitas ao punçoamento, aumentando a sua capacidade resistente com recurso a uma solução de fácil aplicação e economicamente viável. Pretende-se também proporcionar um melhor comportamento em estados limites de utilização, nomeadamente, no que diz respeito à deformação e fendilhação.

Pretende-se estudar o desempenho de lajes sujeitas ao punçoamento quando se altera a percentagem volumétrica de fibras de aço introduzidas na mistura de betão.

Outro objectivo é aplicar os resultados do comportamento à tracção do betão nos métodos de cálculo existentes, com o intuito de averiguar se as expressões existentes, para ter em conta o efeito do comportamento à tracção do betão com fibras, são aplicáveis.

De acordo com os objectivos pretendidos para este trabalho, foi necessário



estabelecer as seguintes metas:

- Reunir informação a partir de bibliografia existente no que diz respeito ao efeito do betão com fibras no comportamento de lajes sujeitas a cargas concentradas, procurando expressões de cálculo que prevejam a capacidade de carga ao punçoamento;
- Elaborar seis modelos de laje de betão, em que cinco deles terão diferentes percentagens volumétricas de fibras adicionadas e um será realizado sem fibras, para comparação;
- Ensaiar os modelos de laje para determinar os ganhos em termos de capacidade de resistência ao punçoamento e de deformação das lajes;
- Comparar os resultados obtidos experimentalmente com previsões da norma europeia NP EN 1992-1-1 [30], do recente *fib* Model Code 2010 [15] e com expressões de cálculo existente na bibliografia, correlacionando também as propriedades mecânicas apresentadas pelo BRFA com o comportamento apresentado pelos modelos de laje fungiforme.

### 1.3 Organização da Tese

Este trabalho é constituído por cinco capítulos, incluindo este capítulo introdutório. São também apresentados três apêndices, com informações relativas às características dos modelos experimentais dos trabalhos referidos, à formulação do betão e também à análise granulométrica dos agregados.

No Capítulo 2 é apresentado o estado do conhecimento sobre o punçoamento em lajes de betão reforçado com fibras. De forma resumida, são descritos e analisados trabalhos experimentais realizados por alguns investigadores, com o objectivo de estudar o comportamento do betão reforçado com fibras quando sujeito ao punçoamento em lajes fungiformes. Em alguns casos são apresentados os modelos e expressões de cálculo desenvolvidos para ter em consideração a presença de fibras no betão para prever a capacidade resistente ao punçoamento.

Por fim, são apresentadas as metodologias de cálculo ao punçoamento da NP EN 1992-1-1 [30] e do recente *fib* Model Code 2010 [15].

No Capítulo 3 é descrita a investigação experimental relativa aos ensaios de lajes, apresentado-se as características dos vários modelos executados, nomeadamente, descrição dos modelos, caracterização dos materiais, instrumentação dos ensaios e descrição da execução dos mesmos. Os seis modelos realizados foram sujeitos a um carregamento vertical até se atingir a rotura por punçoamento.

No Capítulo 4 são apresentados e analisados os resultados obtidos nos ensaios experimentais, nomeadamente, os deslocamentos verticais, as extensões na armadura longitudinal superior e as cargas de rotura. Com base nos valores de carga última experimental, é analisado o efeito do betão reforçado com fibras de aço na capacidade de carga ao punçoamento. Posteriormente, apresenta-se a comparação dos resultados previstos pela NP EN 1992-1-1 [30], pelo *fib* Model Code 2010 [15] e por expressões de cálculo desenvolvidas por diversos investigadores, apresentadas no Capítulo 2, com os resultados experimentais obtidos. No final do capítulo são apresentadas as formas da superfície de rotura dos modelos.

No Capítulo 5 são apresentadas as conclusões obtidas no trabalho de investigação e dadas sugestões para futuros trabalhos dentro da mesma linha de pesquisa.

No Apêndice A é apresentado um resumo das características dos modelos experimentais dos trabalhos analisados no Capítulo 2.

No Apêndice B é descrita a formulação teórica do betão utilizado no presente trabalho, referido no Capítulo 3.

No Apêndice C são apresentadas as curvas granulométricas dos agregados utilizados neste trabalho, referidas no Capítulo 3.

Note-se que ao longo do texto irá utilizar-se a abreviatura BRFA para betão reforçado com fibras de aço.

## Capítulo 2

# Estado do Conhecimento

### 2.1 Introdução

O estudo da ligação laje-pilar em lajes fungiformes tem sido alvo de grande investigação. Normalmente, o seu dimensionamento é condicionado pela sua resistência ao punçoamento. Com o intuito de aumentar a sua capacidade resistente e alterar o seu modo de rotura, diversos autores têm investigado o efeito da adição de fibras no betão, empregando variáveis específicas em cada estudo, entre elas:

- tipo de fibra;
- relação de aspecto da fibra;
- percentagem de fibras;
- dimensões do pilar;
- espessura da laje;
- resistência à compressão do betão;
- percentagem geométrica de armadura longitudinal.

## 2.2 Punçoamento em Lajes de Betão com Fibras

De seguida faz-se um resumo de alguns dos trabalhos de investigação disponíveis na bibliografia, que visam ensaios experimentais realizados, com o intuito de estudar o efeito do betão com fibras no comportamento ao punçoamento de lajes fungiformes. É ainda apresentado o processo de cálculo da NP EN 1992-1-1 [30] e do novo *fib* Model Code 2010 [15], relativamente ao assunto referido anteriormente. No Apêndice A é apresentada uma tabela resumo das características dos modelos experimentais dos trabalhos analisados neste capítulo.

### 2.2.1 *Swamy e Ali – 1982*

Swamy e Ali [44] estudaram ligações laje-pilar em lajes fungiformes sujeitas ao punçoamento, realizadas com betão reforçado com fibras. A escolha da dimensão das lajes foi efectuada para que abrangesse os momentos negativos na laje, na região do pilar, limitada pela linha de momentos nulos. Realizaram lajes à escala reduzida com  $1800 \times 1800 \times 125 \text{ mm}^3$  com uma altura útil de 100 mm. O pilar, em betão armado, foi colocado na face superior da laje na zona central para simular o carregamento, com dimensões transversais de  $150 \times 150 \text{ mm}^2$  e uma altura de 250 mm. Realizaram um betão para ter aproximadamente 45 MPa de resistência à compressão em cubos aos 28 dias. Ensaíram dezanove modelos de laje, simplesmente apoiados nos quatro bordos.

As principais variáveis foram:

- tipo de fibras (gancho, onduladas, recta);
- localização das fibras;
- volume de fibras (0 a 1.37%);
- quantidade da armadura de flexão;
- localização da armadura de flexão;

- combinação das fibras com a armadura específica de punçoamento.

Comparando a ligação laje-pilar de betão normal e betão com fibras, as fibras influenciam em três factores principais no seu comportamento:

- a) promovem uma diminuição dos deslocamentos em todas as etapas do carregamento (1% de fibras diminui em 30% as deformações em serviço), particularmente depois das primeiras fendas;
- b) aumentam a carga última das ligações (1% de fibras aumentou a carga última em 40%);
- c) aumentam as deformações sofridas na rotura, revelando uma maior ductilidade.

Principais conclusões de Swamy e Ali [44]:

- As fibras não só transformaram a rotura frágil, típica no punçoamento, em uma mais dúctil, como afastam a superfície de rotura para mais longe da face do pilar e aumentam a carga última de punçoamento;
- Verificaram que colocando betão com fibras até uma distância de 3h da face do pilar é tão eficiente como colocá-lo em toda a laje;
- No geral, as fibras onduladas foram mais efectivas para resistir às deformações e para aumentar a capacidade de carga ao punçoamento, ductilidade e absorção de energia das lajes. As fibras rectas não são tão eficazes quanto as de gancho e as onduladas;
- Verificaram, através da extensa fendilhação, que as fibras promovem a melhoria no comportamento pós-fendilhação das lajes, aumentando a ductilidade em 100% e a absorção de energia em 300%, para um volume de adição de fibras de 1%;
- O uso de fibras aumentou a capacidade de flexão da ligação laje-pilar em 30% a 40%;

- As fibras tiveram um papel positivo no controlo da fendilhação mesmo depois de atingida a carga última, aumentando a resistência residual da ligação, obtendo um aumento na laje com 1% de fibras de cerca de 70% a 75%.

### 2.2.2 Narayanan e Darwish - 1987

Narayanan e Darwish [40] investigaram a resistência e o comportamento do betão reforçado com fibras de aço em lajes de betão, sujeitas ao punçoamento. Com isto, desenvolveram uma expressão que pode ser aplicada, com suficiente precisão, para prever a carga última ao punçoamento de ligações laje-pilar com BRFA.

Ensaíram 12 lajes quadradas, com 780 mm de lado e com 60 mm de espessura, simplesmente apoiadas nos quatro bordos, dimensionadas para terem uma rotura por punçoamento. A carga foi simulada por um pilar quadrado em betão com 100 mm de lado (Figura 2.1).

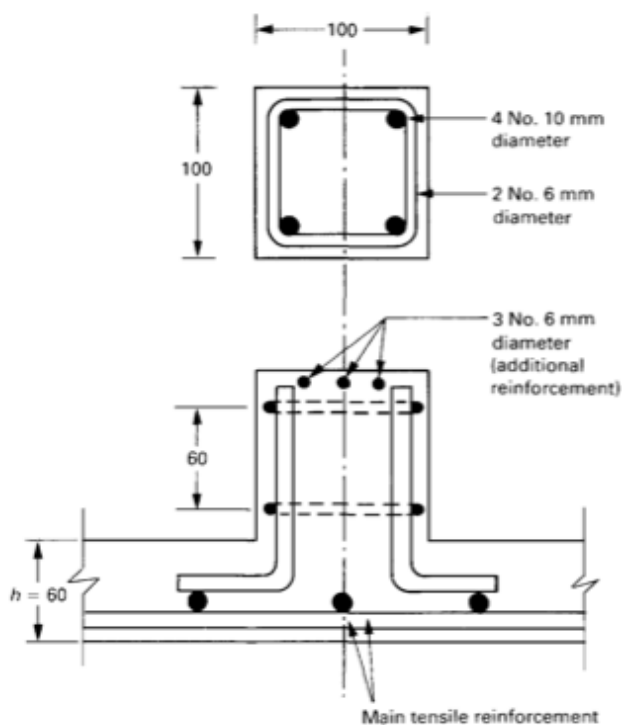


Figura 2.1: Esquema da ligação laje-pilar adoptada por Narayanan e Darwish [40].

Com o objectivo de avaliar o efeito da percentagem volumétrica de fibras no comportamento do BRFA na resistência ao punçoamento de ligações laje-pilar, realizaram 6 lajes variando unicamente esse parâmetro entre 0.00 e 1.25%, com um intervalo de 0.25% entre elas. Em outras 4 lajes, só variaram a percentagem de armadura longitudinal entre 1.79% e 2.69%, e nas restantes 2 lajes, variaram a resistência à compressão do betão, mantendo os restantes parâmetros. Na Tabela 2.1 estão apresentados os detalhes dos modelos realizados por estes autores.

Tabela 2.1: Detalhes dos modelos realizados por Narayanan e Darwish [40].

Série	Modelo	Mistura	$\rho_l^{(1)}$ [%]	$\rho_f^{(2)}$ [%]	$F_f^{(3)}$
1	S1	A	2.01	-	-
	S2	A	2.01	0.25	0.19
	S3	A	2.01	0.50	0.37
	S4	A	2.01	0.75	0.56
	S5	A	2.01	1.00	0.75
	S6	A	2.01	1.25	0.94
2	S7	A	1.79	1.00	0.75
	S8	A	2.24	1.00	0.75
	S9	A	2.46	1.00	0.75
	S10	A	2.69	1.00	0.75
3	S11	B	2.01	1.00	0.75
	S12	B	2.01	1.00	0.75

<sup>(1)</sup> percentagem geométrica de armadura longitudinal;

<sup>(2)</sup> percentagem volumétrica de fibras;

<sup>(3)</sup> parâmetro que têm em consideração três factores: esbelteza da fibra, a percentagem volumétrica de fibras adicionadas e um factor de ligação;

As fibras utilizadas foram as onduladas com 0.3 mm de diâmetro, com uma esbelteza de 100 e uma resistência última de 2000 MPa.

A aplicação da carga foi realizada com 16 a 24 incrementos até à rotura. Os incrementos iniciais eram de 5 kN em intervalos de 4 minutos, sendo muito mais pequenos próximo da carga de rotura (não são quantificados os incrementos finais).

Os resultados obtidos no ensaio mostram que a resistência ao punçoamento aumenta com o aumento da percentagem de fibras adicionadas. Verificaram numa das lajes que a rotura foi por flexão, pois essa laje tinha sido dimensionada para ter uma resistência ao punçoamento próxima da resistência de flexão da laje. Havia mais fendas nas lajes com maior percentagem de fibras, sendo a abertura destas

de menor dimensão em comparação com as fendas da laje sem fibras.

A expressão simplificada desenvolvida por Narayanan e Darwish [40], para estimar a resistência última ao punçoamento de lajes de BRFA (kN), foi a Exp. (2.1):

$$V = \lambda_s (0.24 f_{spf} + 16 \rho_l + v_b) b_{pf} d \quad (2.1)$$

$$f_{spf} = \frac{f_c}{20 - \sqrt{F_f}} + 0.7 + \sqrt{F_f} \quad (2.2)$$

$$F_f = k_b L_f \rho_f / D_f \quad (2.3)$$

$$b_{pf} = u (1 - 0.55 F_f) \quad (2.4)$$

$$\lambda_s = 1.6 - 0.002 h \quad (2.5)$$

$$v_b = 0.41 \tau F_f \quad (2.6)$$

em que  $\lambda_s$  (Exp. (2.5)) é um factor que traduz o efeito de escala que depende da espessura da laje  $h$  (mm),  $F_f$  (Exp. (2.3)) é um parâmetro adimensional que tem em consideração três factores: esbelteza da fibra, a percentagem volumétrica de fibras adicionadas e um factor de ligação,  $k_b$  é um factor adimensional que tem em conta a geometria da fibra,  $\rho_f$  é a percentagem volumétrica de fibras, e  $L_f$  e  $D_f$  são o comprimento e diâmetro das fibras (mm), respectivamente,  $f_c$  é a resistência à compressão do betão em cubos com 150 mm de lado (MPa),  $v_b$  (Exp. (2.6)) é a tensão de arrancamento nas fibras ao longo da fenda inclinada (MPa),  $\tau$  é a tensão média de ligação das fibras ao betão na interface, tomada como 4.15 MPa, e  $u$  é o perímetro crítico localizado a  $1.5 d$  da face do pilar (mm).

Estes autores propuseram esta expressão baseando-se nos seus ensaios experimentais, obtidos em modelos com uma resistência à compressão em cilindros entre 30 MPa a 53 MPa, percentagem de armadura longitudinal entre 1.8% a 2.7%, percentagem volumétrica de fibras entre 0.00 a 1.25%, altura útil de 45 mm e fibras do tipo onduladas, com 0.3 mm de diâmetro, com uma esbelteza de 100, com tensão de rotura à tracção de 2000 MPa.

O valor médio da razão entre o valor obtido e o valor previsto para as 12 lajes de



Narayanan e Darwish [40] e 5 lajes de outros autores é de 1.06, com um desvio padrão de 0.132 e um coeficiente de variação 12.4%.

Narayanan e Darwish [40] puderam concluir que:

- O reforço de betão com fibras de aço em lajes (com pelo menos 0.5% de fibras adicionadas) exhibe uma rotura por punçoamento mais dúctil, quando comparadas com uma laje sem fibras. Foi observado, após se atingir a carga máxima, um considerável aumento na carga residual, especialmente para elevadas percentagens volumétricas de fibras;
- O aumento do parâmetro  $F_f$  mostrou ser eficiente pois fez aumentar a resistência ao punçoamento. Com o aumento deste parâmetro de 0 para 0.94, a força última aumentou 42%;
- O parâmetro  $F_f$  influenciou a posição do perímetro crítico de punçoamento próximo da área de carregamento;
- A expressão proposta prevê razoavelmente a resistência ao punçoamento de lajes de betão reforçadas com fibras de aço.

### 2.2.3 Alexander e Simmonds – 1992

Alexander e Simmonds [5] estudaram o efeito da adição de fibras no betão em ligações laje-pilar quando sujeitas ao punçoamento. Ensaíram isoladamente seis modelos de ligação laje-pilar, em que as lajes quadradas tinham dimensões 2750x2750x150 mm<sup>3</sup> e os pilares, também quadrados, com dimensões 200x200x200 mm<sup>3</sup>. Uma das variáveis foi a quantidade de fibras adicionada (aproximadamente de 0, 30 e 60 kg/m<sup>3</sup>), utilizando unicamente um único tipo de fibra, as onduladas. A outra variável foi o recobrimento da armadura de flexão (11 e 38 mm), diminuindo conseqüentemente a altura útil. Os autores utilizaram uma resistência à compressão em cilindros (com 150 mm de diâmetro e 300 mm de comprimento) em todos os modelos de aproximadamente de 35 MPa aos 28 dias.

Conclusões de Alexander e Simmonds [5]:

- Verificaram que a adição de fibras de aço fez aumentar a resistência ao punçoamento das ligações laje-pilar em 20% e 30%, dependendo da percentagem em volume das fibras adicionadas;
- Observaram que diminuição da altura útil baixou ligeiramente a resistência ao punçoamento da ligação laje-pilar, como seria de esperar;
- A adição de fibras no betão fez com que aumentasse a ductilidade das ligações laje-pilar.

#### **2.2.4 Theodorakopoulos e Swamy - 1993**

Theodorakopoulos e Swamy [45] realizaram um estudo sobre a influência de fibras de aço nas características e no comportamento de betão leve em ligações laje-pilar, dimensionadas para terem uma rotura por punçoamento.

Efectuaram 20 modelos à escala reduzida de um protótipo estrutural, em que investigaram várias variáveis, incluindo a percentagem volumétrica de fibras, o tipo de fibras, a percentagem de armadura longitudinal, dimensões do pilar e resistência à compressão do betão. As dimensões dos modelos foram escolhidas por forma a estarem compreendidas na região de momento flector negativo em torno do pilar e dentro da linha de inflexão. Os modelos eram quadrados com 1800 mm de lado e com 125 mm de espessura, com uma altura útil de 100 mm. O pilar em betão armado foi posicionado no centro da laje, tendo uma altura de 250 mm desde a face da laje até ao topo do pilar.

A distribuição das fibras foi realizada ao longo de toda a altura da laje, mas somente numa zona quadrada em planta de 1100 mm de lado no centro da laje, excepto numa, em que a distribuição foi realizada em toda a laje.

Na Tabela 2.2 são apresentados os tipos e respectivas características das fibras utilizadas por estes autores.

Tabela 2.2: Tipos e características das fibras utilizadas por Theodorakopoulos e Swamy [45].

Tipo de fibra	Tipo de secção	Comprimento $L_f$ [mm]	Diâmetro equivalente $D_{e,f}$ [mm]	Esbelteza $L_f/D_{e,f}$	Tensão última de tracção [MPa]
Ondulada	circular	50	0.500	100	1820
"Japanese"	rectangular	25	0.418	60	-
Com Ganchos	circular	50	0.500	100	1100
"Paddle"	elíptica	53	0.76	70	952
Ondulada	circular	38	0.428	90	-

Verificaram que a presença de fibras no betão melhorou a ductilidade e a absorção de energia das ligações laje-pilar, preservando continuidade e integridade desse elemento estrutural após a rotura.

Os resultados fornecem provas conclusivas e extensivas de que a presença de fibras no betão actua eficazmente no reforço ao punçoamento, e pode também compensar substancialmente a redução do módulo de elasticidade e a menor resistência de tracção do betão leve.

Principais conclusões de Theodorakopoulos e Swamy [45]:

- A adição de 1% de fibras em betão leve na ligação laje-pilar aumentou a força correspondente ao início da fendilhação, a resistência à flexão e a resistência última ao punçoamento em cerca de 30% a 45%;
- A presença de fibras no betão pode levar a aumentos de 15% a 40% das cargas de serviço;
- A presença de fibras pode atrasar a formação de fendas de punçoamento nas ligações laje-pilar;
- As fibras onduladas e as de maior comprimento proporcionaram melhores resultados;
- As fibras têm um papel específico na preservação da continuidade e integridade da ligação laje-pilar na rotura. Isto é reflectido na maior

capacidade da resistência residual;

- O uso de betão leve, com ou sem fibras, demonstrou ser tão fiável quanto um betão normal para a resistência ao punçoamento de ligações laje-pilar.

### 2.2.5 *Shaaban e Gesund - 1994*

Shaaban e Gesund [43] estudaram os efeitos da colocação de fibras nas lajes de betão sujeitas ao punçoamento, variando apenas o volume percentual de fibras (0 a 2%). Os modelos eram quadrados com 1600 mm de lado e com cerca de 83 mm de espessura, com uma altura útil de 65 mm. O pilar em betão armado foi posicionado no centro da laje, sendo quadrado com 63.5 mm de lado e com uma altura de 69 mm desde a face da laje até ao topo do pilar. Usaram no seu estudo fibras de aço onduladas ( $L_f = 25$  mm). Foram ensaiadas treze lajes, em que os resultados demonstraram uma maior resistência ao punçoamento quando se adicionava as fibras.

Observaram que as superfícies de rotura apresentavam um ângulo médio de 20° com a horizontal e também que os modelos com fibras tinham superfícies de rotura na forma de tronco de pirâmide invertida.

Os autores, com base nos resultados que obtiveram, propuseram uma expressão para a resistência ao punçoamento semelhante à do ACI 318-89 [1], mas que tivesse em conta a introdução de fibras no betão. A expressão proposta foi a Exp. (2.7):

$$V(N) = 0.083 \cdot \left[ (0.3W_f + 6.8) \sqrt{f_c} \right] u \cdot d \quad (2.7)$$

em que:

- $W_f$  : quantidade de fibras introduzidas ( $\text{kg/m}^3$ );
- $f_c$  : resistência à compressão do betão em provetes cilíndricos (150 mm x 300 mm) (MPa);

- $u$  : comprimento do perímetro crítico definido pelo ACI 318-89 [1] (mm), a  $d/2$  da face do pilar;
- $d$  : altura útil (mm).

Esta expressão foi obtida da análise dos resultados experimentais destes autores, que têm por base, o uso de pilares rectangulares em betão armado, resistência à compressão em cilindros entre 22 MPa a 47 MPa, percentagem de armadura longitudinal de cerca de 1.0%, percentagem volumétrica de fibras entre 0.0 a 2.0%, altura útil média de 60 mm e fibras do tipo onduladas, com 25 mm de comprimento, com tensão última de 1200 MPa.

A vantagem desta expressão é que manteve as bases da expressão para a resistência ao punçoamento proposta pelo ACI 318-89 [1] para betão comum, introduzindo a parcela de percentagem de fibras.

### 2.2.6 Harajli et al. - 1995

Harajli et al. [17] realizaram doze modelos de ligação laje-pilar, com o objectivo de investigar o efeito do reforço de lajes de betão armado com fibras no punçoamento.

De entre os vários parâmetros que influenciam a resistência das lajes ao punçoamento, variaram no seu estudo o tipo de fibra utilizada, a esbelteza e a percentagem de fibras, além das espessuras dos modelos. Foi adoptada uma geometria quadrada para as lajes, tendo 650 mm de lado, com uma espessura variável, sendo de 55 mm para os modelos da série A e 75 mm para os modelos da série B. Os pilares também tinham forma quadrada, tendo 100 mm de lado. Estudaram dois tipos de fibras: as de aço com ganchos nas extremidades ("hooked") e as de polipropileno.

Os modelos eram compostos por um betão de resistência normal e com uma percentagem de armadura longitudinal de flexão de 1.12% em varões de 10 mm de diâmetro. O equipamento utilizado para os ensaios aplicava, no centro da laje, um deslocamento do pistão com uma velocidade de 0.5 mm/min e era capaz de controlar a deformação.

A curva *força vs deslocamento vertical* dos modelos estudados, mostra um

comportamento mais dúctil à medida que aumentou a percentagem de fibras. Verificaram que os modelos com fibras de polipropileno aumentam a ductilidade da laje, mas não trazem um aumento significativo de resistência ao punçoamento, quando comparados com os modelos com adições de fibras de aço.

Após a análise da influência das fibras na resistência e ductilidade na ligação laje-pilar, Harajli *et al.* propuseram uma formulação para determinar a carga última ao punçoamento, em função do volume de fibras de aço adicionado ao betão. Note-se que essa expressão só é válida para o mesmo tipo de condições, isto é, para este tipo de fibras e para modelos com as mesmas dimensões utilizadas no estudo.

Na Figura 2.2 estão representados os valores obtidos nas duas séries, incluindo também a melhor recta de aproximação entre esses valores.

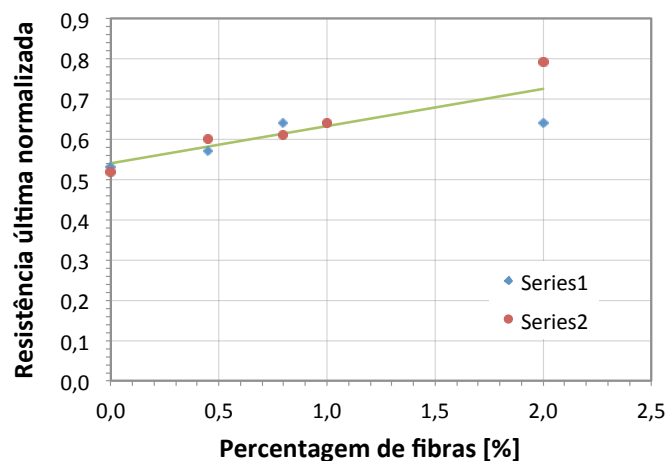


Figura 2.2: Relação da resistência última normalizada com a percentagem de fibras (adaptado de Harajli *et al.* [17]).

A Exp. (2.8) é a proposta por Harajli *et al.* para o cálculo da força de punçoamento do BRFA.

$$V(N) = (\zeta + 0.096 \rho_f) u d \sqrt{f_c} \quad (2.8)$$

em que:

- $\rho_f$  é a percentagem de fibras introduzidas no betão (%);
- $u$  é o comprimento do perímetro crítico a  $d/2$  da face do pilar;

- $d$  é a altura útil;
- $f_c$  é a resistência à compressão do betão em provetes cilíndricos (150 mm x 300 mm) (MPa);
- $\zeta$  é o mínimo de (Exp. (2.9)):

$$\zeta = \min \begin{cases} \frac{1}{6} \left( 1 + \frac{2}{\beta_c} \right) \\ \frac{1}{12} \left( \frac{\alpha_s d}{u} + 2 \right) \\ 1/3 \end{cases} \quad (2.9)$$

- $\beta_c$  é a relação entre as dimensões das faces do pilar;
- $\alpha_s$  vale 40 para pilares interiores; 30 para pilares de bordo e 20 para pilares de canto.

Estes autores propuseram esta expressão baseando-se nos seus ensaios experimentais, obtidos em modelos com resistência à compressão em cilindros entre 20 MPa a 34 MPa, uma percentagem de armadura longitudinal de cerca de 1.12%, uma percentagem volumétrica de fibras entre 0.0 a 2.0%, altura útil média de 39 mm e 55 mm e fibras com ganchos nas extremidades ("hooked"), com um comprimento de 30 mm e um diâmetro de 0.5 mm.

Os autores apresentam também uma expressão que traduz a acréscimo da carga última de punçoamento, que resulta da combinação dos vários resultados experimentais de outros investigadores.

Conclusões de Harajli *et al.* [17]:

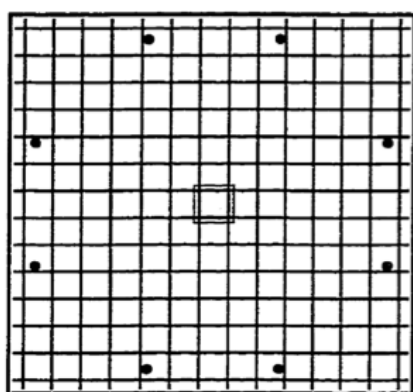
- A introdução de fibras provoca um aumento da resistência ao punçoamento das lajes;
- O aumento da resistência ao punçoamento, devido à presença de fibras, é controlado principalmente pela fracção de percentagem de fibras de aço, e é independente do comprimento ou esbelteza das mesmas;

- A presença de fibras de aço nas lajes, não só aumenta a ductilidade da ligação laje-pilar e a energia de absorção, como pode tornar o modo de rotura diferente, passando de punçoamento puro, para flexão pura ou uma combinação flexão-punçoamento;
- As fibras de aço diminuem o ângulo de corte de rotura das lajes, afastando consequentemente a superfície de rotura ainda mais da face do pilar.

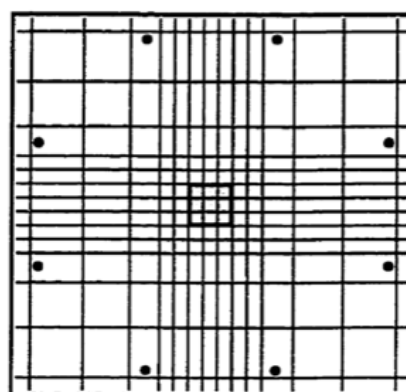
### 2.2.7 McHarg - 1997

McHarg [35] estudou o comportamento da ligação laje-pilar sujeita ao punçoamento, colocando elevada taxa de armadura de flexão com diferentes disposições, variando também o volume percentual de fibras de aço. Ensaiou 6 modelos de laje à escala real ( $2300 \times 2300 \times 150 \text{ mm}^3$ ), em que os pilares eram quadrados com 225 mm de lado. O betão das lajes tinha uma resistência à compressão de aproximadamente 30 MPa em cilindros ( $\phi 150 \text{ mm} \times 300 \text{ mm}$ ), enquanto que o betão dos pilares tinha aproximadamente 80 MPa, medida também em cilindros ( $\phi 150 \text{ mm} \times 300 \text{ mm}$ ).

Apresenta-se na Figura 2.3 a distribuição das armaduras superiores.



(a) distribuição uniforme ("Uniform")



(b) distribuição em faixas ("Banded")

Figura 2.3: Distribuição das armaduras superiores [35].



Na Figura 2.4 é apresentada a distribuição das armaduras inferiores.

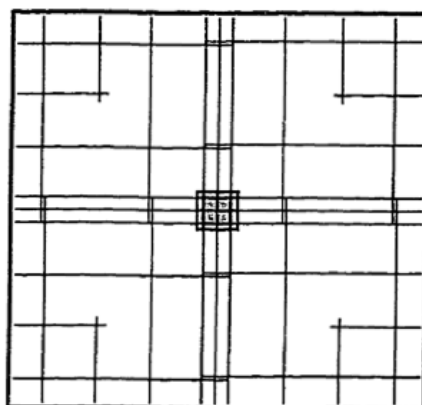


Figura 2.4: Distribuição das armaduras inferiores [35].

Adoptou a seguinte nomenclatura para a definição das diferentes lajes:

- *NSCU* - "Normal-strength concrete slabs uniform" (Lajes com betão normal e com distribuição uniforme da armadura longitudinal superior);
- *NSCB* - "Normal-strength concrete slabs banded" (Lajes com betão normal e com distribuição em faixas da armadura longitudinal superior);
- *FRSU* - "fiber-reinforced placed over the entire depth of the slabs uniform" (Lajes com reforço de fibras em toda a altura útil e com distribuição uniforme da armadura longitudinal superior);
- *FRSB* - "fiber-reinforced placed over the entire depth of the slabs banded" (Lajes com reforço de fibras em toda a altura útil e com distribuição em faixas da armadura longitudinal superior);
- *FRCU* - "fiber-reinforced placed only in the top cover concrete uniform" (Lajes com reforço de fibras somente na parte superior da laje e com distribuição uniforme da armadura longitudinal superior);
- *FRCB* - "fiber-reinforced placed only in the top cover concrete banded" (Lajes com reforço de fibras somente na parte superior da laje e com distribuição em faixas da armadura longitudinal superior).

Na Figura 2.5 é apresentado um esquema das lajes de cada série.

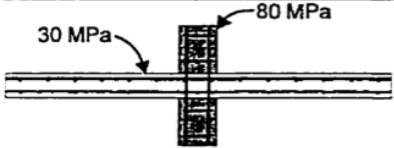
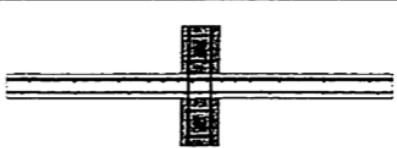
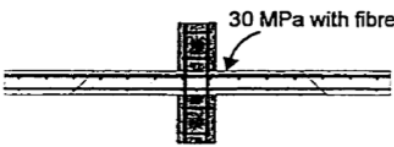
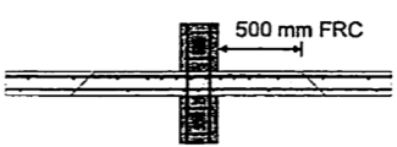
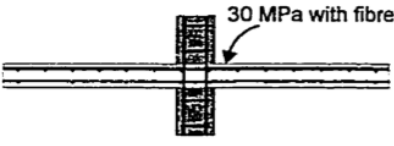
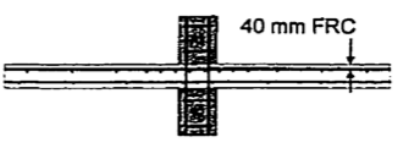
	Uniform Distribution (U)	Banded Distribution (B)
NSC Series		
FRS Series		
FRC Series		

Figura 2.5: Esquema das lajes realizadas por McHarg [35].

O volume percentual de fibras de aço, quando adicionadas, foi de 0.5%. As fibras, em gancho nas extremidades, tinham um comprimento  $L_f = 30$  mm e um diâmetro  $D_f = 0.50$  mm.

McHarg [35] pôde concluir que:

- A utilização de 0.5% de fibras de aço localizadas até uma distância de 500 mm (aproximadamente  $3.3h$ , sendo  $h$  a espessura da laje) da face do pilar, ocasionou um aumento da resistência ao punçoamento, da ductilidade e da rigidez após a fendilhação;
- A colocação de armadura de flexão mais concentrada sobre o pilar aumentou a resistência ao punçoamento da laje;
- Observaram uma diminuição da abertura das fendas e também uma diminuição das tensões nas armaduras traccionadas por flexão da laje nas condições de utilização, nos modelos com fibras.

### 2.2.8 Vargas - 1997

Vargas [46] ensaiou doze modelos de lajes fungiformes quadradas com 800 mm de lado e 60 mm de espessura. O pilar, com geometria quadrada com 100 mm de lado, foi posicionado no centro da laje, atravessando-a. Separou os modelos em duas séries, ficando com seis modelos em cada uma. Na primeira série utilizou um betão normal com resistência à compressão aos sete dias de aproximadamente 30 MPa em cilindros ( $\phi 100$  mm x 200 mm). Repartiu esta série por três lajes sem reforço (sem armaduras transversais) e três lajes reforçadas com armadura transversal tipo pino. Esses três modelos, independentemente se tinham ou não reforço, distinguiram-se entre si de acordo com o seu volume percentual fibras de 0.00, 0.75% e 1.50%. Na segunda série, utilizou um betão de alta resistência com aproximadamente 85 MPa em cilindros ( $\phi 100$  mm x 200 mm) aos sete dias, repartindo-a também nas mesmas condições que a primeira série.

A nomenclatura utilizada por estes autores foi:

- *CBR* : Betão com resistência normal ( $\approx 30$  MPa);
- *CAR* : Betão de alta resistência ( $\approx 85$  MPa);
- $A_{sw}$  : Armadura transversal.

Na Figura 2.6 são apresentados os valores de força resistente em função do volume de fibras obtidos por este autor.

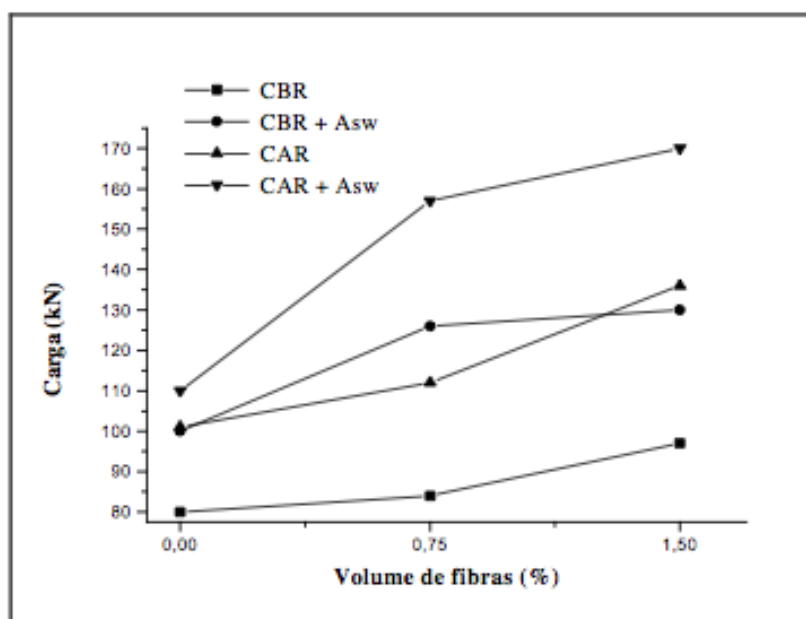


Figura 2.6: Variação da carga última em função de: volume de fibras, resistência à compressão do betão e da armadura transversal segundo Vargas [46].

Da análise aos resultados apresentados na Figura 2.6, Vargas concluiu que:

- a introdução de fibras no betão confere um aumento na resistência ao punçoamento das lajes;
- a introdução de armadura transversal tem uma considerável influência no valor da carga final na resistência da laje ao punçoamento;
- aparentemente a adição de fibras nas lajes sem armadura transversal é mais efectiva nos betões de alta resistência do que nos betões de resistência normal, ou seja, o aumento percentual da carga é maior nas lajes de betão de alta resistência do que naquelas com betão normal;
- a adição de fibras proporciona aumentos percentuais de carga maiores nas lajes com armadura transversal do que nas lajes sem armadura transversal.

Conclusões de Vargas [46]:

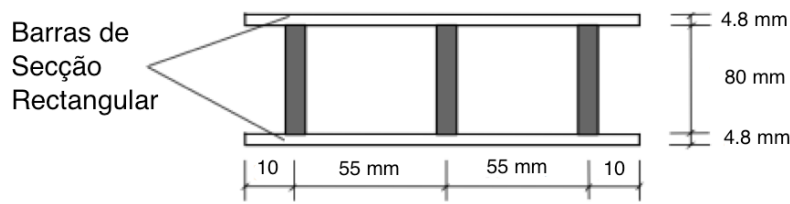
- A deformação e ductilidade das lajes aumentou com a adição de fibras;
- A abertura das fendas foi reduzida e houve um melhor controlo destas;
- O aumento da adição de fibras, não só aumentou a ductilidade, mas também, em certos casos, modificou o modo de rotura de punçoamento puro, para rotura combinada flexão-punçoamento quando existe armadura de punçoamento;
- A combinação de betão de alta resistência com armadura de punçoamento e com fibras de aço, aumentou significativamente a resistência ao punçoamento das lajes de betão armado.

### 2.2.9 Azevedo - 1999

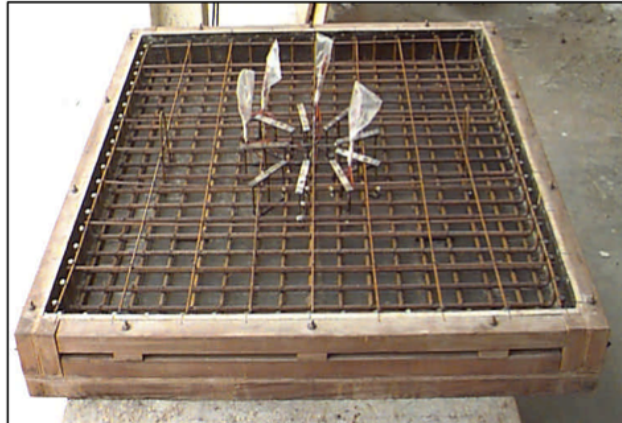
Azevedo [6] estudou doze modelos de lajes fungiformes, analisando a resistência ao punçoamento e ductilidade da ligação laje-pilar. Para isso, efectuou diferentes combinações de resistências do betão, diferentes volumes de fibras, e colocou em algumas lajes armadura transversal na forma de conectores de aço (Figura 2.7 (a)).

As lajes tinham uma geometria quadrada com 1160 mm de lado e com 100 mm de espessura (Figura 2.7 (b)). O pilar foi simulado por um carregamento aplicado no centro da superfície superior através de uma placa de aço quadrada com 80 mm de lado e uma espessura de 37 mm. Utilizou varões de 10 mm de diâmetro para a armadura superior, espaçadas de forma a resistir a um momento flector único em ambas direcções. Os conectores foram dispostos radialmente, compostos de armaduras de aço de 6,6 mm.

Azevedo [6] optou por utilizar duas séries de 6 lajes, em que a primeira tinha betão resistência normal e a segunda betão de alta resistência. Metade de cada série tinha armadura transversal e em cada grupo de três modelos a percentagem de fibras foi de 0.00, 0.75% e 1.50%. As fibras utilizadas foram rectas com ganchos nas duas extremidades, de comprimento total igual a 30 mm, diâmetro



(a) Armadura transversal tipo pino.



(b) Disposição das armaduras longitudinais e transversais.

Figura 2.7: Distribuição das armaduras longitudinais e transversais utilizadas por Azevedo [6] (Adaptado de Azevedo [6]).

de 0.45 mm, logo com uma esbelteza ( $l/d$ ) de 0.67. Com o sistema de ensaio que utilizou, com deformação controlada, pretendeu obter uma curva Força x Deslocamento que permitisse a avaliação da energia absorvida.

De acordo com os resultados experimentais que obteve, a autora propôs uma expressão linear que relaciona a carga de rotura das lajes com o volume de fibras adicionado, através da melhor aproximação encontrada. Essa expressão é limitada pelo tipo e a geometria de fibras utilizadas no seu trabalho.

A Exp. (2.10) foi a que resultou dessa aproximação.

$$V \text{ (kN)} = (0.17 + 0.05 \rho_f) \cdot \left[ u \cdot d \cdot \frac{\left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot \sqrt[3]{f_c}}{10} \right] \quad (2.10)$$

em que:

- $\rho_f$  : percentagem de fibras introduzidas no betão (%);

- $u$  : perímetro crítico definido a  $2.0 d$  da face do pilar;
- $d$  : altura útil;
- $f_c$  : resistência à compressão do betão em provetes cilíndricos (MPa).

Esta expressão foi obtida da análise dos resultados experimentais desta autora, obtidos em modelos com resistência à compressão em cilindros para betão normal entre 31 MPa a 47 MPa, percentagem de armadura longitudinal de cerca de 1.57%, percentagem volumétrica de fibras entre 0.00 a 1.50%, altura útil média de 80 mm e fibras rectas com gancho nas duas extremidades, com 30 mm de comprimento e com relação de aspecto de 67.

Azevedo [6] concluiu que:

- Para o caso em que não se tem armadura transversal de punçoamento, a adição de fibras é mais eficiente nos betões de alta resistência do que nos de resistência normal;
- Em todos os casos, ou seja, utilizando betão com resistência normal ou de alta resistência, com ou sem armadura transversal, observou a carga de rotura é crescente em função do volume de fibras, indicando que ao adicionar volumes maiores de fibras, haverá um acréscimo da capacidade resistente das lajes;
- Constatou que a utilização de betão de alta resistência, juntamente com a armadura transversal, aumenta substancialmente a resistência da ligação laje-pilar, e quando combinado com fibras de aço, consegue-se um considerável aumento da ductilidade, podendo até modificar o modo de rotura.

### 2.2.10 Naaman *et al.* - 2007

Naaman *et al.* [39] estudaram a resistência ao punçoamento com fibras HPFRCC (“high-performance fiber-reinforced cementitious composite”) com vários níveis de armaduras de flexão, em lajes quadradas com 790 mm de largura e com uma espessura de 180 mm, apoiadas na periferia e carregadas no centro. Note-se que com esta geometria de lajes, obtêm-se uma esbelteza de aproximadamente 12, que se assemelha mais a uma viga do que uma laje. As armaduras de flexão foram colocadas nas diferentes lajes em uma ou duas direcções, dependendo dos casos que queriam estudar.

Na Figura 2.8 estão representados os modelos ensaiados.

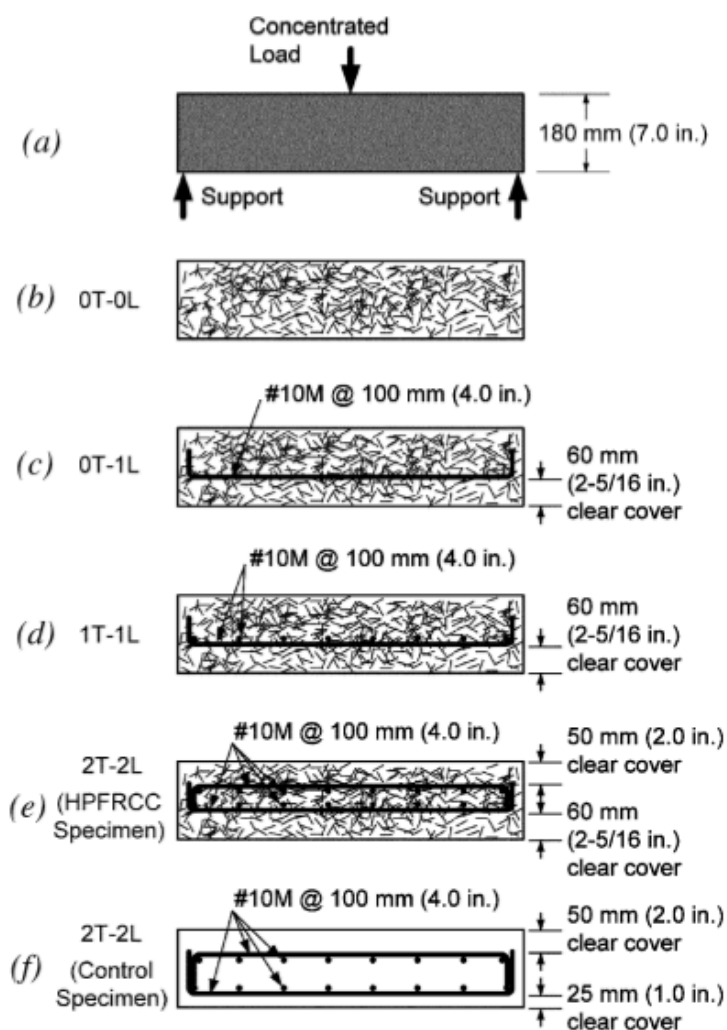


Figura 2.8: Representação dos modelos ensaiados por Naaman *et al.* [39].



As lajes que continham só armadura de flexão, serviram de base para comparação de resultados com as soluções com reforço de fibras de alta-performance.

Com o objectivo de se verificar o comportamento das lajes reforçadas com fibras de alta-performance, utilizaram três diferentes tipos de fibras:

- “polyvinyl alcohol” [PVA] (13 mm);
- “ultra-high molecular weight polyethylene” [SPE] (38 mm);
- “twisted steel identified as Torex” [TOR] (30 mm).

Na Tabela 2.3 são apresentadas os resultados obtidos nos modelos de Naaman *et al.* [39].

Tabela 2.3: Resultados obtidos no modelos ensaiados por Naaman *et al.* [39]

Referência	Carga última V [kN]	Deslocamento na carga última <sup>(1)</sup> [mm]	Energia absorvida <sup>(2)</sup> [kNmm]	Ângulo do cone de punçoamento [graus]	Modo de rotura
CON-2T-2L	383	2.8	6210	41	Punçoamento
PVA-2T-2L	500	5.1	13220	41	Punçoamento
PVA-0T-0L	209	5.1	3160 <sup>(*)</sup>	-	Flexão
SPE-2T-2L	549	8.1	16950	34	Punçoamento
SPE-1T-1L	440	7.1	11750	34	Punçoamento
SPE-0T-0L	205	6.1	4750 <sup>(†)</sup>	-	Flexão
TOR-2T-2L	759	11.0	23500	38	Punçoamento
TOR-1T-1L	614	13.0	20000	-	Flexão
TOR-0T-1L	592	7.0	15030	-	Flexão
TOR-0T-0L	569	7.0	11750 <sup>(‡)</sup>	-	Flexão

(1) deslocamentos medidos no centro da laje;

(2) energia absorvida para deslocamentos até 45 mm;

(\*) o deslocamento foi medido até 36 mm.

(†) o deslocamento foi medido até 31 mm.

(‡) o deslocamento foi medido até 32 mm.

Notas: CON - “Control”; PVA - “polyvinyl alcohol” (13 mm); SPE - “ultra-high molecular weight polyethylene” (38 mm); TOR - “twisted steel identified as Torex” [TOR] (30 mm);

Dos vários casos de estudo, os resultados mostram que no global, a introdução de fibras na laje melhoram a resistência ao punçoamento (entre 15% a 100%), a capacidade absorção de energia (entre 90% a 280% medidos até 45 mm de deslocamento no centro da laje) e a deformação da laje quando se utiliza apenas um nível de armaduras passivas dispostas nas duas direcções principais, quando comparadas com lajes com dois níveis (inferior e superior) de armaduras de flexão nas duas direcções principais.

Ao contrário das lajes com 4 níveis de armaduras sem fibras, verificou que o uso de fibras não conduz a fragmentação do betão para grandes deformações.

A tensão resistente ao punçoamento é dada pela Exp. (2.11):

$$v_u \text{ (MPa)} = \frac{V}{u d} \quad (2.11)$$

em que:

- $V$ : força de punçoamento;
- $d$ : altura útil;
- $u$ : é o perímetro da secção crítica, localizado a metade da distância entre a face do pilar e a intersecção entre a superfície de rotura e a face inferior da laje, medida a partir dos ensaios experimentais.

Para correlacionar-se esta formulação com a do ACI 318-05 [3], a resistência ao corte é expressa através do factor  $\sqrt{f_c}$  (Exp. (2.12)).

$$\beta = \frac{v_u}{\sqrt{f_c}} = \frac{V}{u d \sqrt{f_c}} \quad (2.12)$$

Principais conclusões de Naaman *et al.* [39]:

- A capacidade de carga ao punçoamento dos modelos aumentou mais de 15% quando foram adicionadas fibras;
- A capacidade de absorção de energia dos modelos, medida até 45 mm de deslocamento central, aumentou entre 90% e 280% quando foram adicionadas fibras;
- Os resultados experimentais sugerem que a resistência punçoamento de lajes de betão armado com fibras, pode ser seguramente considerada como duas vezes a recomendada ACI 318-05 [3];
- Entre as fibras testadas na capacidade ao punçoamento de lajes, as TOR provaram ser as mais eficientes, seguidas das fibras SPE e PVA, respectivamente.

### 2.2.11 De Hanai e Holanda - 2008

De Hanai e Holanda [11] analisaram os mecanismos resistentes e as similaridades de efeitos da adição de fibras de aço na resistência e na ductilidade ao punçoamento de lajes fungiformes e ao corte de vigas de betão.

Através dos resultados obtidos, afirmaram que existe uma similaridade de comportamento estrutural entre a ligação laje-pilar quando sujeita a punçoamento com ensaios de corte a vigas prismáticas, concluindo que os resultados dos ensaios do corte em vigas podem ser bons indicadores para o ensaio das lajes ao punçoamento.

Verificaram que a introdução de fibras no betão para resistir ao punçoamento, faz com que a laje tenha um melhor desempenho, seja por aumento da capacidade resistente, quer seja por alterar o modo de rotura, passando de uma rotura frágil por punçoamento a uma rotura dúctil por flexão. Para chegarem a tais conclusões, estudaram o caso de uma ligação laje-pilar sem armadura específica de punçoamento, em que variaram:

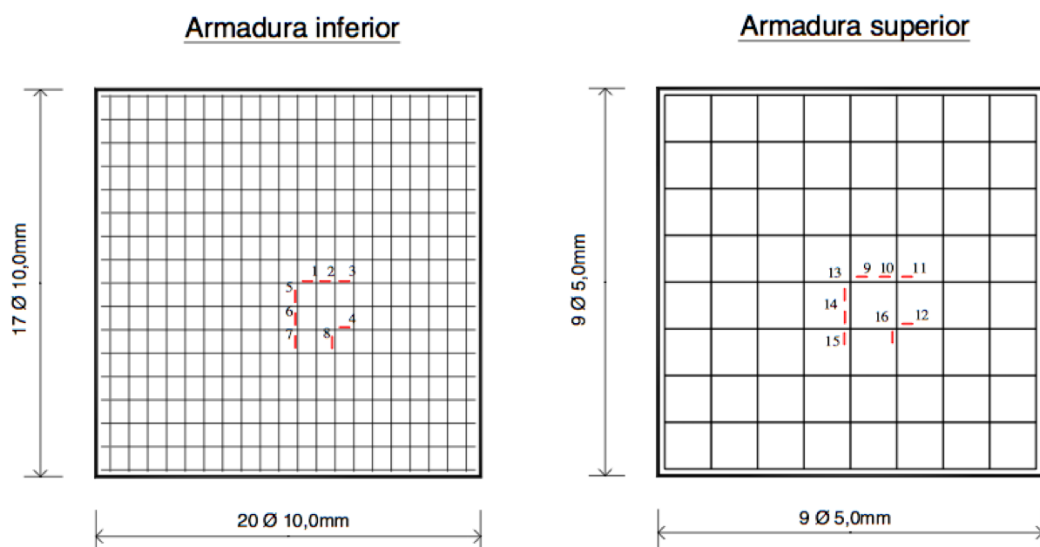
- a resistência do betão;
- a percentagem de fibras;
- tipo de fibras utilizadas.

Na Figura 2.9 está representado o esquema do modelo das lajes utilizado por estes autores.

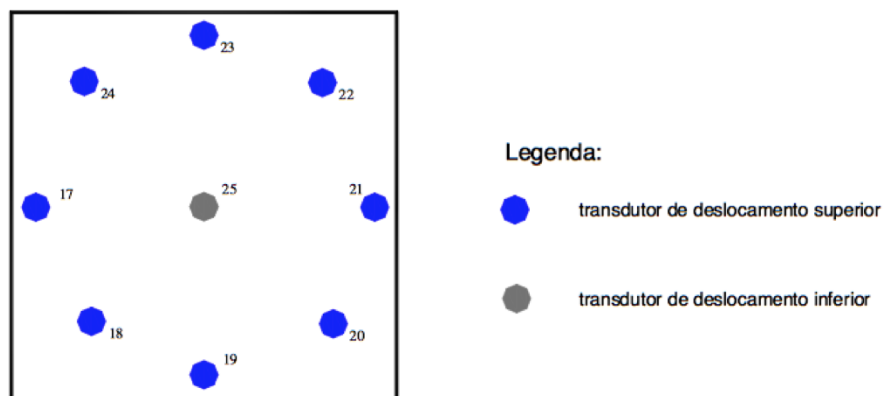
A resistência ao punçoamento das lajes de betão tem muito a haver com a resistência à tracção do betão. O ACI 318-02 [2] apresenta a Exp. (2.13) para o cálculo da resistência à tracção do betão:

$$f_{sp} = 0.5563 \cdot \sqrt{f_c} \quad (2.13)$$

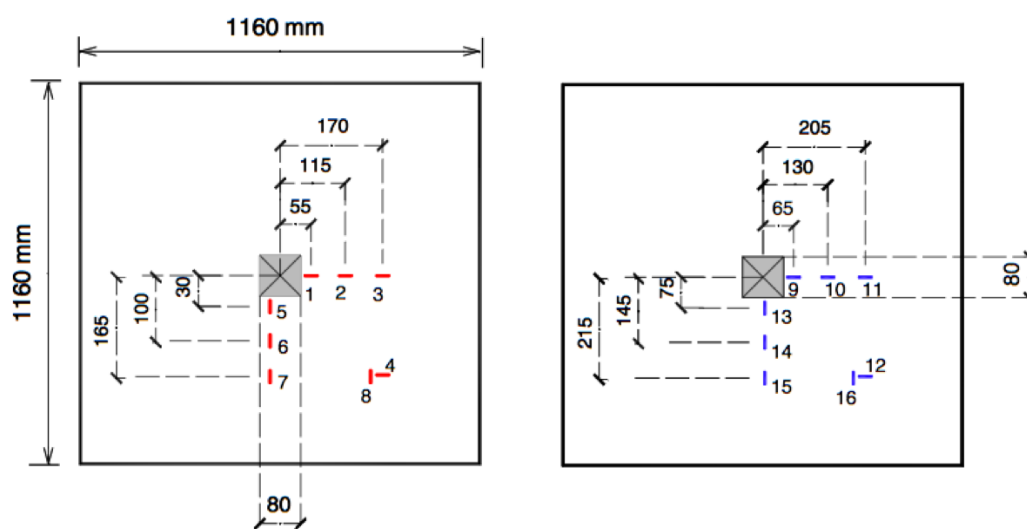
Sendo  $f_c$  a resistência à compressão do betão em cilindros (MPa).



(a) Localização dos extensómetros na armadura longitudinal.



(b) Localização dos deflectómetros na laje.



(c) Localização dos extensómetros na laje.

Figura 2.9: Esquema do modelo das lajes de De Hanai e Holanda [11].

No caso do uso de fibras no betão, o cálculo da resistência à tracção é de acordo com a Exp. (2.14):

$$f_{sp} = (0.19 \rho_f + 0.53) \cdot \sqrt{f_c} \quad (2.14)$$

Sendo  $\rho_f$  a percentagem de fibras (%). Note-se que a Exp. (2.14) foi obtida com base na correlação da resistência à tracção e à compressão do BRFA dos ensaios experimentais deste autores.

De acordo com o ACI 318-02 [2], o cálculo da resistência ao punçoamento de lajes de betão armado (kN) é dado pela Exp. (2.15):

$$V = \frac{0.3321 \sqrt{f_c} u d}{10} \quad (2.15)$$

em que:

- $f_c$  : resistência à compressão do betão em provetes cilíndricos (MPa);
- $u = 4 (c + d)$  : perímetro crítico onde ocorre punçoamento (cm);
- $d$  : altura útil (cm);
- $c$  : largura do pilar (cm).

Os autores propuseram a Exp. (2.16) para ter em consideração a introdução das fibras nas lajes:

$$V = \frac{0.6266 \cdot (0.19 \rho_f + 0.53) \cdot \sqrt{f_c} u d}{10} \quad (2.16)$$

Sendo  $\rho_f$  em %,  $f_c$  em MPa,  $u$  e  $d$  em cm.

Dos resultados experimentais obtidos e com recurso a uma regressão linear, os autores aplicaram um coeficiente empírico da ordem de 0.3102 para reduzir o efeito de  $\rho_f$ . A expressão obtida foi denominada “Expressão do ACI 318 modificada” (Exp. (2.17)).

$$V = \frac{0.6266 \cdot (0.06 \rho_f + 0.53) \cdot \sqrt{f_c} u d}{10} \quad (2.17)$$

Estes autores propuseram esta expressão baseando-se nos seus ensaios experimentais, obtidos em modelos com resistência à compressão em cilindros aos 14 dias entre 23 MPa a 60 MPa, uma percentagem de armadura longitudinal de cerca de 1.57%, uma percentagem volumétrica de fibras entre 0.0 a 2.0%, altura útil média de 80 mm e três tipos de fibras com ganchos nas extremidades ("hooked"), com esbeltezas de 54.5, 48.0 e 37.5.

Conclusões de De Hanai e Holanda [11]:

- Quando as vigas e lajes têm semelhantes características mecânicas, existe inequívocas similaridades entre a resistência ao corte das vigas e a resistência ao punçoamento das lajes;
- Através de uma análise teórica baseada na modificação das expressões do ACI, adaptadas para ter em consideração o BRFA, obtiveram bons indicadores da resistência ao punçoamento de lajes sem armadura transversal.

### **2.2.12 Cheng e Parra-Montesinos - 2010**

Cheng e Parra-Montesinos [7] realizaram uma avaliação do reforço com fibras de aço para a resistência ao punçoamento em ligações laje-pilar de lajes fungiformes, apresentando uma primeira parte com carregamento monolítico.

Os resultados experimentais, obtidos na investigação realizada por Cheng e Parra-Montesinos [7], mostram a evolução da eficácia da colocação de fibras de aço para aumentar a resistência ao punçoamento e a ductilidade da ligação laje-pilar, quando sujeito a carregamentos monolíticos concentrados.

Estes autores variaram os seguintes parâmetros na realização das lajes:

- Geometria das fibras (com ganchos ou torcidas);
- Tensão última das fibras (1100, 1800 e 2300 MPa);
- Volume de fibras (1% a 1.5%);

- Percentagem de armadura longitudinal (0.56% e 0.83%).

Estudaram quatro tipos de BRFA e duas percentagens de armaduras de flexão. Os objectivos desta primeira parte foram:

- verificar que tipo de fibra teria o melhor desempenho;
- estimar um limite da resistência ao punçoamento da laje.

As lajes eram quadradas com 1500 mm de lado e com 150 mm de espessura, com um pilar também quadrado com 150 mm de lado. A respectiva armadura de flexão, colocada neste ensaios na parte inferior das lajes, com uma altura útil de 127 mm, era composta por:

- $\phi$  12 // 0.10 para S1, S3, S5, S7 e S9 (percentagem de armadura de 0,83%);
- $\phi$  12 // 0.15 para S2, S4, S6, S8 e S10 (percentagem de armadura de 0,56%);

O carregamento foi aplicado na face superior da laje pelo pilar. A velocidade de aplicação da carga foi de 3.8 mm/min. As rotações foram medidas a  $2h$ , isto é, 300 mm da face do pilar. O perímetro de controlo ( $u$ ) foi calculado a  $d/2$  da face do pilar, de acordo com ACI 318-08 [4]. Nas lajes S5, S6, S9 e S10 só colocaram fibras numa área quadrada no centro com 760 mm de lado. Todas as misturas de betão foram realizadas para terem aproximadamente 35 MPa de resistência à compressão aos 28 dias.

Na Tabela 2.4 são apresentadas as propriedades dos materiais utilizados nas lajes realizadas por Cheng *et al.* [7].

As lajes FRC foram misturadas no próprio laboratório, enquanto que as FRM foram misturadas em central por um fornecedor.

Verificaram que as lajes reforçadas com fibras de aço em gancho ("*hooked*"), com uma percentagem de 1.5% com tensão de cedência normal (1100 MPa) ou tensão de cedência alta (2300 MPa), é que apresentavam melhor desempenho em termos de resistência ao punçoamento e capacidade de deformação.

Os resultados mostram que nem sempre era claro que tivesse ocorrido rotura por punçoamento na parte inferior da laje. As lajes com espaçamento da armadura

Tabela 2.4: Propriedades dos materiais utilizados nas lajes de Cheng e Parra-Montesinos [7].

Referência	Material (betão)	Resistência à compressão [MPa]	Tipo de fibra ( $\rho_f$ )	$L_f$ ( $D_f$ ) [mm]	$f_{u,f}$ [MPa] (Fibras)	$\rho_l$ [%] <sup>(1)</sup>	$f_y$ [MPa] <sup>(1)</sup>	$f_t$ [MPa] <sup>(1)</sup>
S1	Simples	47.7	-	-	-	0.83	471	697
S2	Simples	47.7	-	-	-	0.56	471	697
S3	FRC	25.4	c/gancho (1%)	30 (0.55)	1100	0.83	455	670
S4	FRC	25.4	c/gancho (1%)	30 (0.55)	1100	0.56	455	670
S5	FRM*	59.3	torcida (1.5%)	35 (0.5) <sup>†</sup>	1800	0.83	471	689
S6	FRM*	57.9	torcida (1.5%)	35 (0.5) <sup>†</sup>	1800	0.56	471	689
S7	FRC	31.0	c/gancho (1.5%)	30 (0.55)	1100	0.83	449	681
S8	FRC	31.0	c/gancho (1.5%)	30 (0.55)	1100	0.56	449	681
S9	FRC*	46.1	c/gancho (1.5%)	30 (0.38)	2300	0.83	449	681
S10	FRC*	59.1	c/gancho (1.5%)	30 (0.38)	2300	0.56	449	681

<sup>(1)</sup> Corresponde à armadura longitudinal.

\* Unicamente na região central da laje (760 x 760 mm).

<sup>†</sup> Diâmetro equivalente.

Notas: FRC é o betão reforçado com fibras; FRM é uma argamassa reforçada com fibras;

de flexão de 100 mm mostraram pouca ou nenhuma ductilidade, enquanto que as lajes com espaçamento de 150 mm e com 1.5% de fibras mostraram maior ductilidade. As lajes com reforço de fibras em gancho ("*hooked*") (S7, S8, S9 e S10) mostraram maior capacidade de rotação.

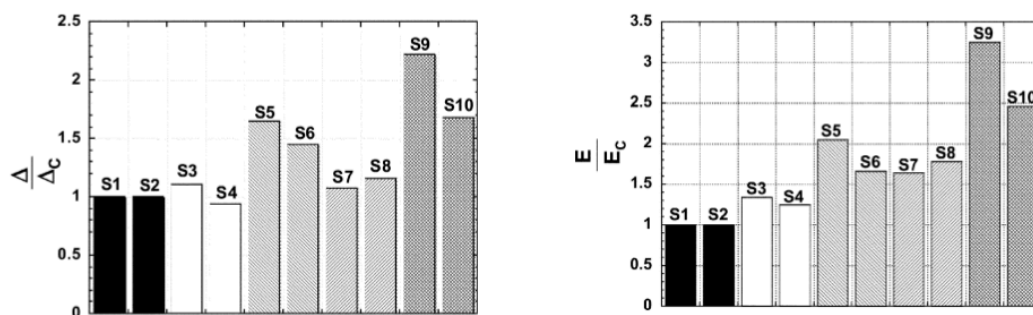
Um aspecto importante nas lajes S5, S6, S9 e S10 com reforço de fibras só na zona central com 760 mm quadrados, é que nenhuma das lajes mostrou falhas ou rotura na zona de interligação das duas interfaces. A tensão média de corte na interface entre os materiais variou entre  $0.18 \sqrt{f_c}$  a  $0.22 \sqrt{f_c}$  (MPa). Isto mostra que o reforço pode ser efectuada numa zona restrita de ligação laje-pilar.

A tensão de corte limite na zona de transição entre os dois materiais, sugerida por estes autores, é dada pela Exp. (2.18):

$$v \text{ (MPa)} = \frac{1}{6} \sqrt{f_c} \quad (2.18)$$

A Figura 2.10 mostra a variação da capacidade relativa de deformação e de absorção de energia dos modelos.





em que:

$\Delta$  - deformação na rotura para cada laje;

$\Delta_c$  - deformação na rotura das lajes S1 e S2, com 0.83% e 0.56% de armadura de flexão respectivamente;

$E$  - energia absorvida para cada laje;

$E_c$  - energia absorvida das lajes S1 e S2, com 0.83% e 0.56% de armadura de flexão respectivamente;

Figura 2.10: Capacidade relativa de deformação e de absorção de energia dos modelos [7].

Cheng e Parra-Montesinos [7] puderam concluir que:

- A adição de fibras levou a um aumento da resistência ao punçoamento e de deformação das lajes. As lajes com fibras em gancho ("*hooked*") com adição de 1.5% na mistura, exibiram melhores comportamentos, com aumentos de 55% na resistência ao punçoamento. Não foi observada nenhuma alteração apreciável na rigidez da laje devido à adição de fibras;
- O aumento da resistência ao punçoamento da laje, devida à utilização de BRFA, pode conduzir a uma alteração no modo de rotura, passando de rotura por punçoamento a rotura por flexão. Este fenómeno foi observado na laje S10, que é composta por 1.5% de adição de fibras e 0.56% de percentagem de armadura de flexão. Com isto, foi possível observar que neste modelo S10, o aumento da resistência ao punçoamento fez com que a laje exibisse rotura por flexão antes de ter rotura por punçoamento;
- Os resultados demostraram que a utilização de BRFA na região de ligação laje-pilar até  $2h$  da face do pilar, é suficiente para aumentar a resistência

ao punçoamento da laje. Um limite de  $1/6 \sqrt{f_c}$  para a tensão de corte na região de ligação dos dois materiais (reforçado e não-reforçado com fibras) foi considerada adequada.

### 2.2.13 Paías – 2010

Paías [42] realizou uma análise experimental em modelos de laje fungiforme maciça de betão armado de alta resistência à escala reduzida, para um estudo do comportamento ao punçoamento de lajes fungiformes reforçadas com fibras de aço. Realizou quatro modelos de laje, variando unicamente a percentagem volumétrica de fibras adicionadas no betão (0, 0.5%, 1.0% e 1.5%).

Os modelos de laje eram quadrados com dimensões em planta de 1200x1200 mm<sup>2</sup> e uma espessura de cerca de 75 mm. A armadura longitudinal superior foi composta por uma malha quadrada em todos os modelos, sendo constituída por varões de 8 mm de diâmetro, espaçados de 0.075 m. Utilizou fibras Dramix® RC-80/50-BN, que são fibras com elevada percentagem de carbono com as extremidades em gancho e têm uma resistência à tracção de 2000 MPa.

A caracterização do BRFA foi realizada com recurso a ensaios de compressão a cubos (150 mm de lado) e ensaios de tracção por flexão a vigas (600x150x150 mm<sup>3</sup>). Na Tabela 2.5 são apresentadas as propriedades mecânicas dos betões com fibras de aço utilizados nos modelos de Paías [42].

Tabela 2.5: Propriedades mecânicas dos betões com fibras de aço utilizados nos modelos de Paías [42].

Modelo	$f_{ccm}^{(1)}$ [MPa]	$f_{cm}^{(2)}$ [MPa]	$f_{ctm, flexão}^{(3)}$ [MPa]
R	55.4	44.8	8.8
F0.5	55.9	45.3	8.9
F1.0	71.1	61.2	10.5
F1.5	76.4	66.2	11.3

(1) valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cubos (150x150 mm<sup>2</sup>);

(2) valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cilindros;

(3) valor médio da tensão de rotura do betão à tracção por flexão (600x150x150 mm<sup>3</sup>);

Ao longo dos ensaios a carga vertical aplicada aos modelos foi medida utilizando duas células de carga. Para a determinação dos deslocamentos verticais dos modelos foram utilizados cinco deflectómetros eléctricos.

Na Figura 2.11 é apresentado o aspecto geral do ensaio realizado aos modelos de Paias [42].



Figura 2.11: Esquema de ensaio adoptado por Paias [42].

Após a análise dos resultados, provenientes dos ensaios experimentais, realizou uma comparação das cargas de rotura experimentais com as previstas pelas normas NP EN 1992-1-1 [30] e ACI 318-08 [4]. Apesar de não serem directamente aplicáveis, calculou os valores previstos para a carga de rotura ao punçoamento das normas anteriormente referidas. A influência da existência e da quantidade de fibras de aço, foi só tida em conta indirectamente utilizando o valor da resistência do betão ( $f_{cm}$ ), obtido dos provetes fabricados para cada modelo.

Principais conclusões de Paias [42]:

- O início da fendilhação e consequente diminuição de rigidez dos modelos ocorreu para uma carga de cerca de 60 kN no modelo de referência e, entre 60 a 70 kN nos modelos de BRFA;

- Os modelos apresentaram deformadas praticamente lineares, com rotações que se concentraram essencialmente junto ao pilar;
- Os modelos com BRFA apresentaram um comportamento mais dúctil em relação ao modelo sem fibras, deixando de ter uma rotura súbita, conferindo-lhes alguma ductilidade;
- Os modelos com BRFA tiveram incrementos na carga de rotura de cerca de 18%, 61% e 40% nos modelos F0.5, F1.0 e F1.5, respectivamente, quando comparados com o modelo de referência;
- A introdução de fibras de aço aumentou a inclinação da superfície de rotura com a horizontal, sendo cerca de 15%, 33% e 11% nos modelos F0.5, F1.0 e F1.5, respectivamente, quando comparados com o modelo de referência;
- Através da comparação dos valores experimentais com os valores previstos pela NP EN 1992-1-1 [30], observou que este regulamento é o que mais se aproximou com os valores experimentais, verificando uma diferença média de valores de 6%. O ACI 318-08 [4] apresentou uma diferença média de valores na ordem dos 20%, sendo mais conservador.

#### **2.2.14 Higashiyama et al. - 2011**

Higashiyama *et al.* [19] tiveram como objectivo investigar o comportamento ao punçoamento de lajes em betão reforçado com fibras de aço (BRFA), propondo uma nova expressão, baseada nas especificações da norma da sociedade Japonesa de engenheiros civis (JSCE [31]).

Nesse estudo, foram ensaiadas 12 lajes com variação da quantidade de fibras, espessura das lajes, percentagem de armadura longitudinal e a resistência à compressão do betão. Com os seus resultados experimentais e com mais 50 resultados obtidos por outros autores, verificaram a precisão da expressão proposta.

No que se refere ao material utilizado, usaram um betão normal proveniente de uma central local que utilizava cimento Portland, prevendo um abaixamento de 150 mm. A máxima dimensão do agregado utilizado foi de 20 mm. Foi também utilizada na mistura um redutor de ar e água.

As fibras utilizadas eram em gancho, com 30 mm de comprimento e 0.62 mm de diâmetro. A sua tensão última e módulo de elasticidade era de 1215 N/mm<sup>2</sup> e 184 kN/mm<sup>2</sup>, respectivamente.

Obtiveram a resistência à compressão e o módulo de elasticidade de cada modelo através de ensaios a três cilindros ( $\phi$ 100 mm x 200 mm).

As lajes ensaiadas eram quadradas com 1200 mm de lado, simplesmente apoiadas nos quatro bordos com um vão de 1000 mm. Utilizaram três espessuras de laje, nomeadamente, 100 mm, 140 mm e 180 mm. O carregamento foi efectuado no centro da laje por um macaco hidráulico, através de uma placa de aço quadrada com 100 mm de lado.

Na Figura 2.12 é apresentada uma foto do esquema de ensaio utilizado por Higashiyama *et al.* [19].

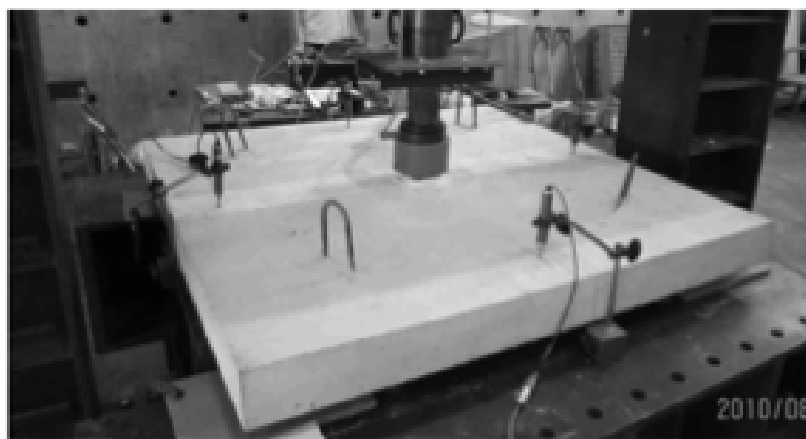


Figura 2.12: Esquema de ensaio adoptado por Higashiyama *et al.* [19].

Na Tabela 2.6 são apresentadas as características de cada modelo e a respectiva carga última experimental.

Tabela 2.6: Características dos modelos ensaiados por Higashiyama *et al.* [19].

Modelo	$h$ [mm]	$d$ [mm]	$\rho_l$ [%]	$\rho_f$ [%]	$f_c$ [MPa]	$P_u$ [kN]
t100-0.67	100	70	0.85	0.67	24.6	137.5
t140-0.67	140	110	0.54	0.67	24.6	210.2
t180-0.67	180	150	0.40	0.67	24.6	297.6
t100-0.72	100	65	0.91	0.72	42.4	140.8
t140-0.72	140	105	0.57	0.72	42.4	213.2
t180-0.72	180	145	0.41	0.72	42.4	290.7
t100-0.91	100	65	0.91	0.91	21.6	120.8
t140-0.91	140	105	0.57	0.91	21.6	183.1
t180-0.91	180	145	0.41	0.91	21.6	231.2
t100-0.63	100	70	0.85	0.63	27.8	152.3
t100-0.94	100	70	0.85	0.94	31.1	147.9
t100-1.03	100	70	0.85	1.03	30.4	158.9

Através da análise dos resultados dos ensaios, verificaram que todas as lajes mostraram um comportamento gradual e dúctil até à carga máxima, em comparação com a laje simples sem fibras. Verificaram que para uma espessura de laje de 100 mm, variando apenas a percentagem de fibras, a resistência ao punçoamento não aumentou linearmente com o aumento da percentagem de fibras.

Higashiyama *et al.* [19] propuseram a Exp. (2.19) para o cálculo da resistência ao punçoamento de lajes de betão reforçado com fibras, baseando-se no JSCE [31], considerando também a tensão na fibra na zona da fenda ( $v_b$ ) e o perímetro crítico ( $u$ ) empiricamente modificado pelo factor de fibra ( $F_f$ ), proposto por Narayanan e Darwish [40].

$$V = \beta_d \beta_p \beta_r (f_{pcd} + v_b) u d \quad (2.19)$$

$$f_{pcd} = 0.2 \sqrt{f_c} \leq 1.2 \text{ MPa} \quad (2.20)$$

$$v_b = 0.41 \tau F \quad (2.21)$$

$$\beta_d = \sqrt[4]{\frac{1000}{d}} \quad (2.22)$$

$$\beta_p = \sqrt[3]{100 \rho_l} \quad (2.23)$$

$$\beta_r = 1 + \frac{1}{1 + 0.25 u_p/d} \quad (2.24)$$

$$u = (u_p + \pi d)(1 - KF_f) \quad (2.25)$$

$$F_f = \frac{L_f}{D_f} \rho_f k_b \quad (2.26)$$

em que  $f_c$  é a resistência à compressão do betão em cilindros (MPa) ( $\phi 100$  mm x 200 mm),  $d$  é a altura útil (mm),  $\rho_l$  é a percentagem de armadura longitudinal,  $\tau$  é a tensão de ligação entre as fibras e a matriz na interface (4.15 MPa),  $u_p$  é o perímetro do pilar (mm),  $u$  é o perímetro crítico localizado a  $d/2$  da face do pilar (mm),  $\rho_f$  é a percentagem volumétrica de fibras,  $k_b$  é a um factor que tem em conta a geometria das fibras,  $L_f$  e  $D_f$  são o comprimento e diâmetro das fibras, respectivamente,  $F_f$  é um parâmetro que têm em consideração três factores: esbelteza da fibra, a percentagem volumétrica de fibras adicionadas e um factor de ligação, e  $K$  é um valor de uma constante não-dimensional ( $K=0.32$ ). Este valor do factor  $K$  foi derivado dos ensaios das 12 lajes realizada por Higashiyama *et al.* [19].

Esta expressão é válida quando se utiliza lajes de BRFA com uma resistência à compressão em cilindros ( $\phi 100$  mm x 200 mm) entre 22 MPa a 61 MPa, espessura de laje entre 60 mm a 180 mm, uma percentagem de armadura longitudinal entre 0.4% a 2.7%, uma percentagem volumétrica de fibras entre 0.25% a 1.93%, e para fibras do tipo com gancho, torcidas, onduladas e com reentrâncias.

Os resultados das 12 lajes de BRFA ensaiadas neste estudo, quando se realiza a razão entre os valores obtidos nos ensaios com o previsto pela Exp. (2.19), tiveram uma média de 0.999 com um desvio padrão de 0.144.

A expressão proposta foi também aplicada a 50 lajes de BRFA de outros autores para verificar a sua precisão. Obtiveram na razão entre os valores obtidos nos ensaios com o previsto pela Exp. (2.19) uma média de 1.01 com um desvio padrão de 0.14.

### 2.2.15 *Nguyen-Minh et al. - 2012*

Nguyen-Minh *et al.* [41] estudaram o comportamento ao punçoamento das ligações laje-pilar de betão com fibras, em que a principal variável em estudo foi o volume percentual de fibras introduzidas no betão.

Realizaram 12 lajes no total, dividindo-as por três grupos, dependendo das dimensões em planta adoptadas (grupo A – 1050x1050 mm<sup>2</sup>; grupo B – 1350x1350 mm<sup>2</sup>; grupo C – 1650x1650 mm<sup>2</sup>) e todas com 125 mm de altura. As dimensões do pilar foram de 200x200 mm<sup>2</sup> para assegurar uma elevada tensão de corte nas lajes.

As quantidades de material utilizado para realização das lajes foi de:

- Cimento: 453 kg/m<sup>3</sup>;
- Água: 181 kg/m<sup>3</sup>;
- Areia natural (0-4mm): 624 kg/m<sup>3</sup>;
- Agregado grosso (22mm): 1242 kg/m<sup>3</sup>;
- Plastificante: 5 L/m<sup>3</sup>;
- Fibras: 30, 40 e 60 kg/m<sup>3</sup>.

Utilizaram fibras em gancho com 60 mm de comprimento e 0.75 mm de diâmetro, com uma resistência à tracção de 1100 MPa. A percentagem de armadura longitudinal utilizada foi de 0.66% nas duas principais direcções.

Através de um modelo teórico, apresentaram uma nova formulação para cálculo da resistência ao punçoamento das lajes com base no mecanismo de rotura apresentado na Figura 2.13, que tem em conta a contribuição do betão armado e das fibras.



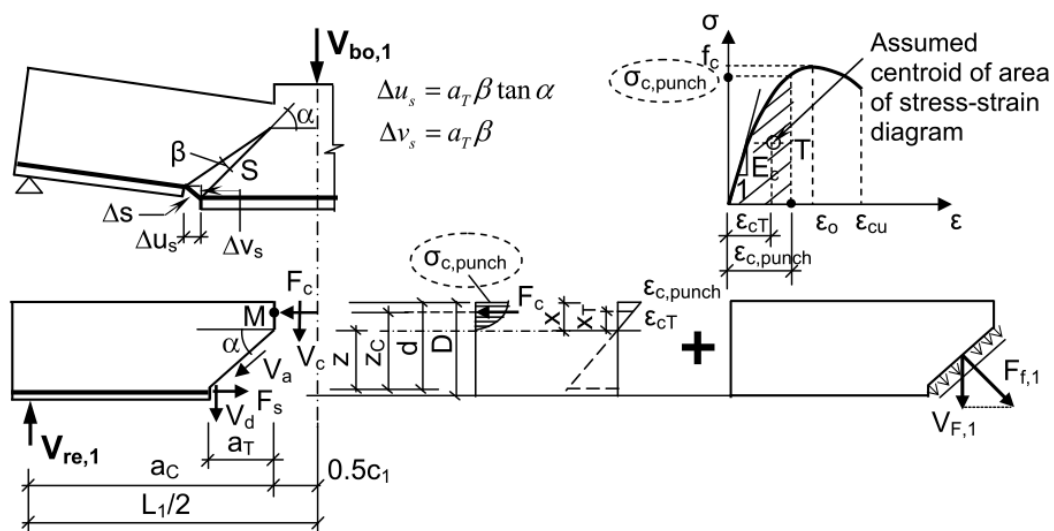


Figura 2.13: Diagrama de corpo livre de uma viga simplesmente apoiada e suposições geométricas da fenda de corte de acordo com Nguyen-Minh *et al.* [41]

Para lajes quadradas com pilares quadrados, é proposta por estes autores a Exp. (2.27) para o cálculo da resistência ao punçoamento do betão com fibras:

$$V(kN) = \sqrt{\frac{400}{d}} \cdot \frac{48}{(L_l - c)/d} \cdot \rho_l^{0.4} (f_c)^{0.4} u d + 2.24 \cdot \frac{n_f L_f \rho_f}{D_f} (c + a_T) a_T \quad (2.27)$$

em que:

- $d$  : altura útil da laje (mm);
- $L_l$  : largura teórica da laje (mm);
- $c$  : largura do pilar (mm);
- $\rho_l$  : percentagem de armadura longitudinal (%);
- $f_c$  : resistência à compressão do betão em provetes cilíndricos (MPa);
- $u$  : comprimento do perímetro de rotura no cone de punçoamento (mm):

$$u = c + \frac{2d}{\tan \alpha} \quad (2.28)$$

- $\alpha$  : ângulo de corte (graus);

- $n_f$  : factor que têm em conta a eficiência do tipo de fibra:

$$n_f = 0.5 \text{ ("round fiber")};$$

$$n_f = 0.75 \text{ ("crimped fiber")};$$

$$n_f = 1.0 \text{ ("hooked-end fibers")};$$

- $L_f$  : comprimento das fibras (mm);
- $\rho_f$  : percentagem volumétrica de fibras (%);
- $D_f$  : diâmetro das fibras (mm);
- $a_T$  : comprimento da projecção horizontal da fenda diagonal (mm):

$$a_T = \left\{ 1 - \left[ \sqrt{\frac{85.1 \rho_l}{\sqrt{f_c}} + \left( \frac{42.55 \rho_l}{\sqrt{f_c}} \right)^2} - \frac{42.55 \rho_l}{\sqrt{f_c}} \right] \right\} \cdot \sqrt{3} d \quad (2.29)$$

Os resultados da investigação experimental mostraram que existe um aumento na resistência ao punçoamento, diminuição da abertura média das fendas e também maior integridade no comportamento pós-colapso em comparação com as lajes convencionais, à medida que aumenta o volume percentual de fibras.

Observaram que a abertura de fendas, para uma força de 150 kN nas lajes do grupo C, reduziu 40% das lajes sem fibras para as lajes com 60 kg/m<sup>3</sup> de fibras. Para as lajes do grupo A e B, com o mesmo nível de carga, a redução de abertura de fendas foi de aproximadamente 34% e 36% respectivamente. Para maiores níveis de carga, a abertura de fendas também diminuiu entre 41% e 89%.

No patamar da carga de cedência da laje sem fibras, as deformações nas lajes com 30 kg/m<sup>3</sup> e 45 kg/m<sup>3</sup> de fibras diminuiu de 8 a 16% e 16 a 31% respectivamente. Para a adição de 60 kg/m<sup>3</sup> de fibras, resultou numa diminuição da deformação da laje de aproximadamente 36%.

O aumento na resistência ao punçoamento foi de 16 a 39% nas lajes do grupo A, 19 a 25% para o grupo B e 16 a 23% nas lajes do grupo C.

Principais conclusões de Nguyen-Minh *et al.* [41]:

1. O uso de fibras nas lajes ensaiadas, sujeitas ao punçoamento, provou ter os seguintes benefícios:

- aumento da resistência ao punçoamento (até 39%);
- redução na abertura média das fendas (até 40% no estados limites de serviço);
- redução da deformação em patamares de carga iguais (até 36%);

que foram acompanhados por um aumento da rigidez da laje, ductilidade do betão e integridade na vizinhança da ligação da laje ao pilar;

2. Os parâmetros relacionados com as características das fibras devem ser contabilizados no cálculo da resistência ao punçoamento de ligações laje-pilar. Negligenciar estas características leva a subestimar a resistência ao punçoamento destas ligações;

3. A previsão da resistência ao punçoamento utilizando a formulação proposta mostra boa concordância com os resultados experimentais. A média da razão entre a previsão da resistência ao punçoamento e a obtida experimentalmente é de 0.90 com um coeficiente de variação de 0.10.

#### 2.2.16 *Maya et al. - 2012*

Maya *et al.* [34], apresentaram um modelo mecânico para prever a capacidade resistente ao punçoamento e o comportamento de lajes de betão reforçadas com fibras de aço (BRFA).

Num modelo desenvolvido por Muttoni [36] (Critical Shear Crack Theory - CSCT), é assumido que a abertura da fenda ( $w$ ) crítica de corte é proporcional à rotação da laje ( $\psi$ ) multiplicada pela altura útil da laje ( $d$ ), como é ilustrado na Figura 2.14. O modelo baseia-se no pressuposto de que a resistência ao corte em

elementos sem armadura transversal é governada pela abertura e pela rugosidade da fenda de corte que se desenvolve na escora inclinada.

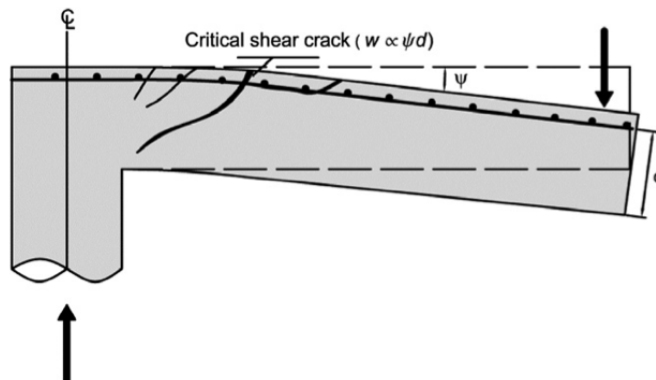


Figura 2.14: Desenvolvimento do perímetro de rotura de punçoamento através escora teórica de compressão [34].

A resistência ao punçoamento é dada pela acção conjunta do betão e das fibras, como proposto por Muttoni e Ruiz Fernandez [37]. Por conseguinte, a resistência ao punçoamento pode ser calculada pela soma dessas duas contribuições, como é apresentado na Exp. (2.30).

$$V = V_{R,c} + V_{R,f} \quad (2.30)$$

em que  $V_{R,c}$  e  $V_{R,f}$  são as contribuições do betão e das fibras, respectivamente, no ponto em que o ângulo de rotação ( $\psi_R$ ) corresponde à rotação última da laje. Note-se que a contribuição do betão e das fibras são ambas funções da abertura da fenda ( $w$ ) crítica de corte, de acordo com a CSCT.

Com base no critério de rotura, Muttoni [36] apresenta uma expressão para o cálculo da resistência ao punçoamento ( $V_{Rm}$ ) de lajes, sem armaduras específicas de punçoamento. Verificou que a resistência ao punçoamento é proporcional à abertura da fenda. Maiores fendas reduzem a contribuição da resistência à tracção e do interbloqueamento de agregados do betão, e consequentemente a uma diminuição da resistência.

Considerando os valores médios das características dos materiais, a expressão é (Exp. (2.31)):

$$\frac{V_{Rm}}{u d \sqrt{f_{cm}}} = \frac{3/4}{1 + 15 \frac{\psi d}{16 + d_g}} \quad (2.31)$$

em que:

- $d$  é a altura útil média da laje;
- $u$  representa o perímetro de controlo a uma distância  $d/2$  da face do pilar;
- $f_{cm}$  é o valor médio da tensão de rotura à compressão do betão em provetes cilíndricos (MPa);
- $\psi$  é a rotação da laje no momento da rotura;
- $d_g$  é a máxima dimensão do agregado do betão.

Para determinar a resistência ao punçoamento e a capacidade de deformação da laje, temos que conhecer a relação entre carga-rotação da laje. A carga e rotação últimas da laje, como se pode observar na Figura 2.15, dá-se quando a linha do critério de rotura (Exp. (2.31)) e a curva carga-rotação se intersectam.

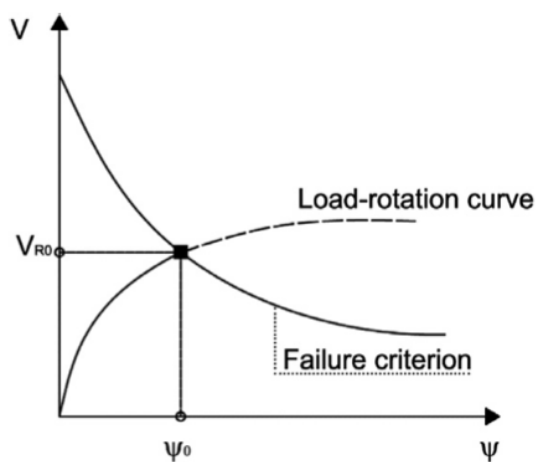


Figura 2.15: Avaliação da resistência ao punçoamento e da capacidade de deformação de acordo com CSCT.

Muttoni [36], através da relação momento-curvatura da laje, apresenta uma outra expressão (Exp. (2.32)) para o cálculo da resistência ao punçoamento

da laje, também sem armaduras específicas de punçoamento. Verificou que assumindo algumas simplificações, essa expressão podia ser aproximada à Exp. (2.32):

$$V = V_{flex} \left( \frac{\psi}{1.5 \frac{r_s f_y}{d E_s}} \right)^{2/3} \quad (2.32)$$

em que:

- $r_s$  é a distância do eixo do pilar até a linha de momentos de flexão nulos;
- $f_y$  é a tensão de cedência à tracção do aço da armadura longitudinal (MPa);
- $E_s$  é o módulo de elasticidade do aço da armadura longitudinal;
- $V_{flex}$  é a força associada à resistência por flexão da laje (kN) ( $\approx 8 \cdot m_R$  em punçoamento centrado);
- $m_R$  é o momento resistente por unidade de comprimento.

De acordo com o *fib* MC2010 [15], o valor de  $\psi$  na Exp. (2.32) corresponde ao Nível II de cálculo. Para a aplicação do Nível III é recomendado substituir o coeficiente 1.5 por 1.2 e calcular  $V_{flex}$  para cada caso em concreto.

Para o cálculo da resistência à flexão da laje ( $V_{flex}$ ), é necessário conhecer o momento resistente por unidade de comprimento ( $m_R$ ), que pode ser calculado pela Exp. (2.33):

$$m_R = \rho_l d^2 f_y \left[ 1 - \frac{\beta_1 (\rho_l f_y + f_{ct2,f} h/d)}{2 (\alpha_{cc} f_c + f_{ct2,f})} \right] + \frac{h^2 f_{ct2,f}}{2} \cdot \left[ 1 - \frac{\rho_l f_y d/h + f_{ct2,f}}{\alpha_{cc} f_c + f_{ct2,f}} \right] \left[ 1 + \frac{\rho_l f_y d/h + f_{ct2,f}}{\alpha_{cc} f_c + f_{ct2,f}} (1 - \beta_1) \right] \quad (2.33)$$

em que  $\beta_1$  é um factor relativo à profundidade da zona comprimida, que de acordo com o *fib* MC2010 [15], pode ser aproximado a  $\beta_1 = 0.80 - (f_{cm} - 50)/400$ . O factor  $\alpha_{cc}$  também é adoptado de acordo com o *fib* MC2010 [15] e é um factor que têm em conta os efeitos de longo prazo sobre a resistência à compressão e também os efeitos desfavoráveis devido às condições de carga. O parâmetro  $f_{ct2,f}$  é a tensão de tracção residual do BRFA.

A contribuição das fibras na resistência ao punçoamento pode ser calculada integrando a tensão nas fibras (Exp. (2.34)), correspondente a cada fenda no perímetro crítico, assumida com um ângulo de 45° com o intradorso da laje:

$$V_{R,f} = \int_{A_p} \sigma_{tf}(w(\xi)) dA_p = \int_{A_p} \sigma_{tf}(\psi, \xi) dA_p \quad (2.34)$$

em que  $A_p$  é a área projectada no perímetro crítico de punçoamento,  $\xi$  é a distância vertical de um ponto relativamente ao intradorso da laje (altura útil). Note-se que a contribuição das fibras também é função da rotação da laje e da posição das fibras na laje.

De acordo com o modelo *Variable Engagement Model (VEM)* desenvolvido por Voo e Foster [47], a tensão nas fibras ao longo de um plano de área unitária é dada pela Exp. (2.35):

$$\sigma_{tf} = K_f \alpha_f \rho_f \tau_b \quad (2.35)$$

em que  $K_f$  é a orientação global das fibras,  $\alpha_f$  é a relação de aspecto das fibras,  $\rho_f$  é a percentagem volumétrica de fibras e  $\tau_b$  é a tensão de aderência entre as fibras e a matriz de betão (Exp. (2.36)).

$$\tau_b = k_b \cdot \sqrt{f_c} \quad (2.36)$$

em que  $k_b$  é um factor que depende do tipo de fibra. Para fibras de aço em gancho é 0.8, para fibras onduladas é 0.6 e para fibras rectas 0.4.

Maya *et al.* [34], para validarem o seu modelo mecânico e a formulação proposta, utilizaram um grande número de resultados experimentais obtidos por outros autores. Na Figura 2.16, é apresentada a razão entre os valores de carga máxima dos ensaios com os respectivos valores de cálculo, em função da percentagem de fibras.

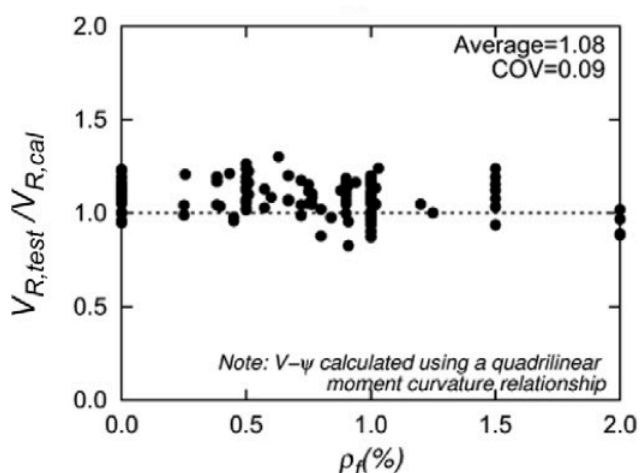


Figura 2.16: Previsão da resistência ao punçoamento para lajes reforçadas com fibras [34].

A média da relação entre a resistência de punçoamento ensaiada com a calculada, seguindo este modelo, é de 1.08 com um coeficiente de variação de 0.09.

Conclusões de Maya *et al.* [34]:

1. A abertura da fenda no perímetro de rotura de punçoamento é proporcional à rotação da laje de acordo com CSCT;
2. A contribuição do betão na resistência ao punçoamento tem em conta os principais parâmetros geométricos e mecânicos;
3. Para avaliar a contribuição das fibras na resistência ao punçoamento é necessária a relação entre a abertura da fenda com a tensão de tracção no BRFA na ponte de ligação;
4. O modelo de previsão de resistência ao punçoamento de ligações laje-pilar proposto mostra uma boa concordância com os resultados obtidos nos ensaios dos outros autores, representando adequadamente a influência das fibras.



**NOTA:**

No Apêndice A está apresentado um resumo das características dos trabalhos analisados neste capítulo.

## 2.3 Eurocódigo 2 - NP EN 1992-1-1 [30] e *fib* Model Code 2010 [15]

Nesta secção apresentam-se os modos de cálculo da carga de rotura por punçoamento apresentadas na NP EN 1992-1-1 [30] e no novo *fib* MC2010 [15]. São apresentadas apenas as disposições relativas a lajes sem armadura específica de punçoamento, com ou sem a contribuição das fibras, uma vez que é o âmbito deste trabalho.

### 2.3.1 Eurocódigo 2 - NP EN 1992-1-1 [30]

O Eurocódigo 2 apresenta formulação para o cálculo da resistência ao punçoamento, mas sem ter em conta a contribuição da tensão de tracção do betão com fibras. O valor de cálculo da resistência ao punçoamento sem armaduras específicas ( $V_{Rd,c}$ ) segundo a NP EN 1992-1-1 [30] é dada pela Exp. (2.37):

$$V_{Rd,c} = \left( \frac{0.18}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + 0.1 \cdot \sigma_{cp} \right) \cdot u \cdot d \quad (2.37)$$

$$V_{Rd,c} \geq \left( 0.035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} + 0.1 \cdot \sigma_{cp} \right) \cdot u \cdot d \quad (2.38)$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2.0 \quad (d \text{ em mm}) \quad (2.39)$$

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{ly} \cdot \rho_{lz}} \leq 0.02 \quad (2.40)$$

$$\sigma_{cp} = \frac{\sigma_{cy} + \sigma_{cz}}{2} \quad (2.41)$$

$$d = \frac{d_y + d_z}{2} \quad (2.42)$$

em que:

- $f_{ck}$  é o valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias em provetes cilíndricos (150x300 mm<sup>2</sup>) (MPa);
- $u$  representa o perímetro de controlo indicado na Figura 2.17;
- $d$  representa a média entre as alturas úteis das armaduras longitudinais superiores, na direcção y e z ( $d_y$  e  $d_z$ );
- $\gamma_c$  é o coeficiente parcial relativo ao betão;
- $\rho_{ly}$  e  $\rho_{lz}$  são as taxas geométricas de armadura de tracção aderentes na direcção y e z, respectivamente, devendo ser calculadas como valores médios numa largura de laje igual à largura do pilar acrescida de  $3d$  para cada lado;
- $\sigma_{cy}$  e  $\sigma_{cz}$  são as tensões de compressão no betão nas direcções y e z, respectivamente.

A NP EN 1992-1-1 [30] indica como limite máximo para a resistência ao punçoamento (Exp. (2.43)) o valor:

$$V_{Rd,max} = \left( 0.5 \cdot 0.6 \cdot \left[ 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] \cdot f_{cd} \right) \cdot u_0 \cdot d \quad (2.43)$$

em que  $u_0$  é o perímetro do pilar no caso de um pilar interior.

A NP EN 1992-1-1 [30] considera um perímetro de controlo à distância de  $2d$  da face do pilar ou área carregada, que para pilares centrados quadrados e rectangulares encontra-se representado na Figura 2.17:

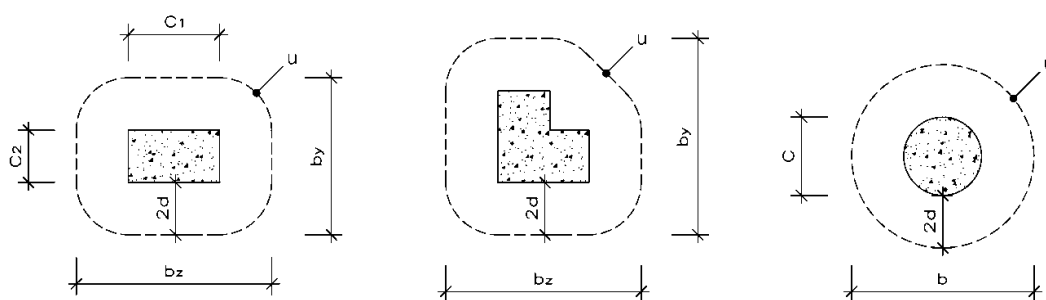


Figura 2.17: Perímetro de controlo segundo a NP EN 1992-1-1 [30].

Quando a força de punção é excêntrica, o valor da carga axial de punção ( $V_{Ed,x}$ ), deverá ser multiplicada por um factor que tem em conta o efeito dos momentos, ou seja, da excentricidade da força de punção. O valor assim obtido deverá ser inferior a  $V_{Rd,c}$ . No caso de pilares centrados rectangulares o coeficiente  $\beta$  pode ser calculado pela Exp. (2.44):

$$\beta = 1 + 1.8 \cdot \sqrt{\left(\frac{e_y}{b_z}\right)^2 + \left(\frac{e_z}{b_y}\right)^2} \quad (2.44)$$

em que  $e_y$  e  $e_z$  representam as excentricidades  $M/V$  nos eixos  $y$  e  $z$ , respectivamente, e  $b_y$  e  $b_z$  representam as dimensões do perímetro de controlo (Figura 2.17).

### 2.3.2 fib Model Code 2010 [15]

Neste documento está apresentada uma formulação para o cálculo da resistência ao punção com base num modelo físico, que consiste num critério de rotura que se baseia na rotação da laje e requer o correcto conhecimento do comportamento carga-rotação da mesma (denominado CSCT - Critical Shear Crack Theory), tornando-se mais intuitivo.

Como é demonstrado neste documento, a capacidade resistente deverá ser verificada num perímetro de controlo localizado a  $d/2$  do pilar ou da área carregada e deve ser construído por forma a minimizar o seu comprimento, como está apresentado na Figura 2.18.

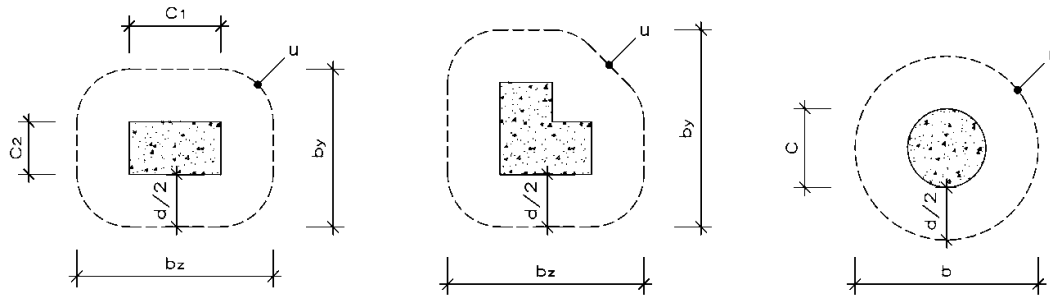


Figura 2.18: Perímetro de controlo para pilares segundo o *fib* MC2010 [15].

No cálculo da força de punçãoamento ( $V_{Ed}$ ), deverão ser subtraídas as acções aplicadas no interior do perímetro de referência à reacção do pilar, como por exemplo, cargas gravíticas, reacção das terras no caso de fundações e forças de desvio de pré-esforço. Para o caso de pilares centrados e lajes sem armaduras específicas de punçãoamento, o valor da resistência ao punçãoamento, já tendo em conta a contribuição das fibras, é definido pela Exp. (2.45):

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,f} \quad (2.45)$$

em que  $V_{Rd,c}$  e  $V_{Rd,f}$  são a contribuição do betão e das fibras na resistência ao punçãoamento, respectivamente.

O valor de  $V_{Rd,c}$  pode ser obtido pela Exp. (2.46):

$$V_{Rd,c} = k_{\psi} \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot u \cdot d \quad (2.46)$$

$$k_{\psi} = \frac{1}{1.5 + 0.9 \cdot k_{dg} \cdot \psi \cdot d} \leq 0.6 \quad (2.47)$$

$$k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} \geq 0.75 \quad (2.48)$$

em que:

- $f_{ck}$  é o valor característico da tensão de rotura à compressão do betão em provetes cilíndricos (MPa);
- $u$  representa o perímetro de controlo indicado na Figura 2.18;

- $d$  é a altura útil média da laje;
- $\gamma_c$  é o coeficiente de segurança do betão;
- $\psi$  é a rotação da laje no momento da rotura;
- $d_g$  é a máxima dimensão do agregado do betão (mm).

O valor de  $V_{Rd,f}$  pode ser obtido pela Exp. (2.49):

$$V_{Rd,f} = \frac{f_{Ftuk}}{\gamma_F} \cdot u \cdot d \quad (2.49)$$

em que:

- $f_{Ftuk}$  é o valor característico da tensão de tracção residual do BRFA, calculada tendo em conta que  $w_u = \psi \cdot d / 6$ ;
- $\gamma_F$  é o factor parcial de segurança para o betão reforçado com fibras.

Quando a força de punçãoamento é excêntrica, o valor do perímetro de controlo é reduzido pelo coeficiente de excentricidade  $k_e$ , como mostra a Exp. (2.50):

$$u_{red} = k_e \cdot u \quad (2.50)$$

em que  $u_{red}$  é o perímetro de controlo de punçãoamento reduzido devido às excentricidades da carga e  $k_e$  é o coeficiente de excentricidade que é determinado como função do momento transferido do pilar para a laje, e é obtido de acordo com a Exp. (2.51):

$$k_e = \frac{1}{1 + \frac{e_u}{b_u}} \quad (2.51)$$

em que  $e_u$  é a excentricidade da resultante das forças de corte em relação ao centróide do perímetro de controlo e  $b_u$  é o diâmetro de um círculo com a mesma área que a região interior do perímetro de controlo.

De acordo com o *fib* MC2010 [15] e com Muttoni e Ruiz [38], o cálculo das rotações  $\psi$  pode ser realizado através de quatro níveis de aproximação de cálculo

dependendo do tipo de análise realizada. No caso de lajes regulares e para efeitos de pré-dimensionamento pode-se utilizar o Nível I de Aproximação. Estas lajes são calculadas usando uma análise elástica linear e sem redistribuição significativa de forças internas, sendo o cálculo da rotação sobrestimado de acordo com a Exp. (2.52):

$$\psi = 1.5 \cdot \frac{r_s f_{yd}}{d E_s} \quad (2.52)$$

em que  $r_s$  representa a distância desde o pilar ao ponto em que o momento flector é nulo.

No caso de utilizar-se o Nível II de Aproximação, considera-se que as lajes têm capacidade de redistribuição de momentos significativas para o cálculo da armadura de flexão. A rotação da laje pode ser calculada pela Exp. (2.53):

$$\psi = 1.5 \cdot \frac{r_s f_{yd}}{d E_s} \cdot \left( \frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{1.5} \quad (2.53)$$

em que  $m_{sd}$  é o momento flector médio por unidade de largura usado para o cálculo da armadura de flexão numa banda correspondente ao apoio de largura  $b_s$ , e  $m_{Rd}$  é o valor do momento resistente por unidade de comprimento naquela banda. O valor de  $r_s$  pode ser calculado de forma idêntica que para o Nível I. O valor da largura  $b_s$  para um pilar interior pode ser determinado através da Exp. (2.54):

$$b_s = 1.5 \cdot \sqrt{r_{s,x} \cdot r_{s,y}} \leq L_{min} \quad (2.54)$$

em que  $r_{s,x}$  e  $r_{s,y}$  representam as distâncias desde o pilar ao ponto em que o momento flector é nulo para cada um dos vãos e  $L_{min}$  representa o menor vão. Como se consideram duas direcções principais, deve-se calcular a rotação para cada uma e adoptar o maior valor para o cálculo da resistência ao punçoamento.

Para um pilar interior em que não exista punçoamento excêntrico, pode-se estimar o valor de  $m_{sd}$ , para cada uma das direcções, através da Exp. (2.55):

$$m_{sd} = \frac{V_{Ed}}{8} \quad (2.55)$$

No caso de um pilar interior em que exista excentricidade da carga, o valor de  $m_{sd}$ , para cada uma das direcções, é dado pela Exp. (2.56):

$$m_{sd} = V_{Ed} \cdot \left( \frac{1}{8} + \frac{|e_{u,i}|}{2 \cdot b_s} \right) \quad (2.56)$$

Quando se pretende cálculos detalhados o MC2010 [15] disponibiliza um Nível III de Aproximação, em que propõe substituir o coeficiente 1.5 da Exp. (2.53) por 1.2. Porém, esta substituição só é válida se  $m_{sd}$  for calculado usando um modelo elástico linear (não fendilhado) obtido como um valor médio dos momentos na banda de apoio de largura  $b_s$  e se  $r_s$  for também determinado usando um modelo elástico linear (não fendilhado). Este nível é recomendado para o cálculo de lajes irregulares. O valor de  $b_s$  pode ser obtido da mesma forma ao determinado para o Nível II de Aproximação (Exp. (2.54)).

O *fib* MC2010 [15] preconiza um Nível IV de Aproximação em que a rotação  $\psi$  pode ser calculada com base numa análise não linear da estrutura, tendo em conta a fendilhação, efeitos de "tension-stiffening", cedência da armadura e quaisquer outras acções não lineares relevantes. Este nível é em princípio sugerido para o caso de se estar a estudar estruturas complexas.





## Capítulo 3

# Programa Experimental

### 3.1 Introdução

O presente capítulo tem por objectivo apresentar os modelos e ensaios de lajes realizados para estudar o desempenho da aplicação do betão com fibras em ligações laje-pilar. Descrevem-se o processo construtivo dos modelos e as suas características geométricas, assim como a caracterização dos materiais utilizados. Descrevem-se ainda a instrumentação usada nos ensaios e o seu processo de execução.

O programa experimental consistiu no ensaio de seis modelos de lajes fungiformes maciças, com geometria quadrada em planta com 1650 mm de lado e com 125 mm de espessura. Pretendeu-se simular exclusivamente a área de laje junto ao pilar, limitada pelas linhas de momento nulo. Todas as lajes foram submetidas a um carregamento aplicado no centro, na superfície inferior, através de uma placa de aço quadrada com 200 mm de lado e com 50 mm de espessura.

Os modelos foram realizados e ensaiados no Laboratório de Estruturas do Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa. As características dos materiais utilizados neste programa experimental, neste caso o betão e as fibras, foram idênticas às utilizadas por *Fernandes* [16], uma vez que estes estudos foram realizados em paralelo, sendo que a betonagem foi a mesma para os dois trabalhos experimentais, cada um com a sua finalidade. O betão foi realizado de acordo com

a NP EN 206-1 [28], prevendo uma classe de resistência à compressão de C30/37, uma máxima dimensão do agregado de 12.7 mm e com classe de consistência S4.

A principal variável em estudo foi a percentagem volumétrica de fibras introduzidas na matriz. Betonaram-se lajes, desde a laje padrão (sem fibras introduzidas) até à laje com 0,75% de adição de fibras, verificando-se até esta fase que o betão com fibras estava a perder trabalhabilidade, como era esperado. Verificou-se também que a betoneira utilizada para a realização do betão não era tão eficaz na mistura do betão com maiores percentagens de fibras, prevendo-se que para maior percentagem volumétrica de fibras seria necessário a adição de plastificante, o que veio a ser realizado para as três últimas lajes betonadas (com 0.75%, 1.00% e 1.25%).

Na Figura 3.1 é apresentado o aspecto geral de um modelo de laje logo após ser betonado, ainda em estado fresco. Na Figura 3.2 é apresentado o aspecto geral de um modelo de laje após a realização do ensaio.



Figura 3.1: Aspecto geral de um modelo de laje após betonagem.

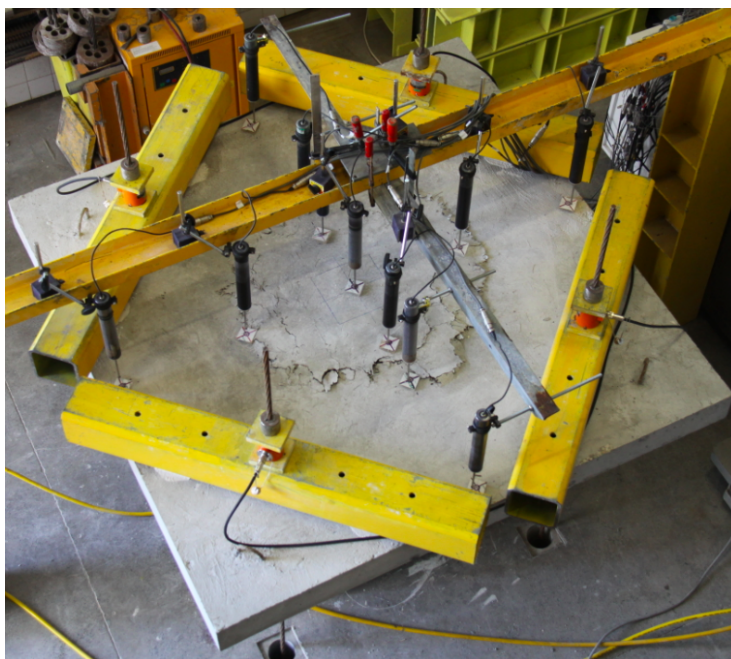
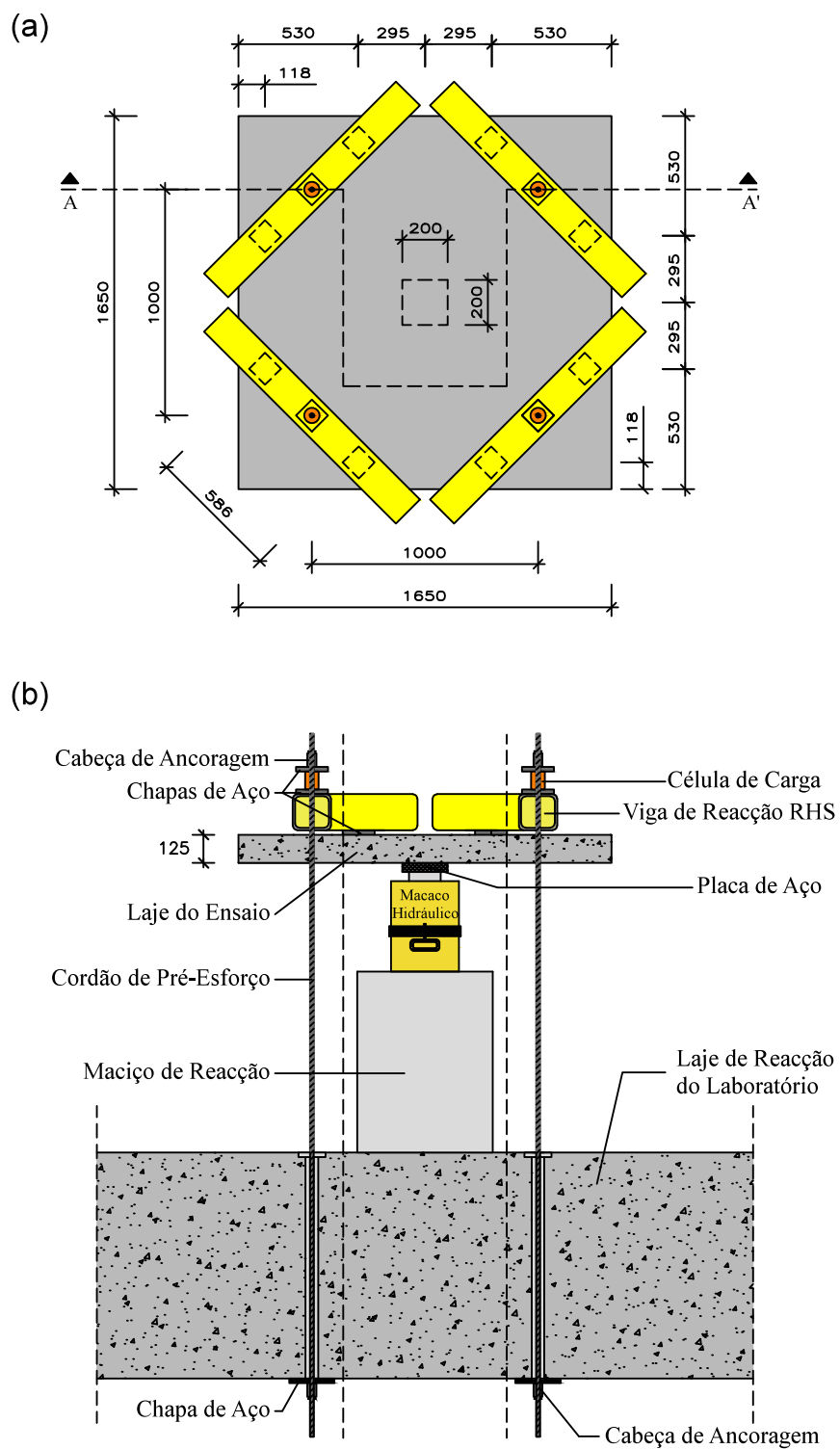


Figura 3.2: Aspecto geral de um modelo de laje após ensaio.

### 3.2 Descrição dos Modelos

Os modelos aqui descritos pretendem simular a zona junto ao pilar, limitada pelas linhas de inflexão, onde os momentos são nulos. Foram executados ensaios a cinco modelos de lajes em betão com fibras e ainda um ensaio a um modelo de padrão, sem fibras, para comparação. Todos os modelos foram ensaiados até à rotura através da aplicação de cargas verticais no centro da laje, aplicada na superfície inferior, por intermédio de uma chapa metálica, que simula um pilar.

Os modelos ensaiados consistiam em painéis quadrados de laje em betão com fibras de aço e com armadura ordinária. As dimensões em planta para todas as lajes eram de  $1650 \times 1650 \text{ mm}^2$  com 125 mm de espessura. O pilar central foi simulado por uma placa de aço com dimensões de  $200 \times 200 \text{ mm}^2$  e com 50 mm de espessura, possuindo assim rigidez suficiente para manter a superfície de contacto plana ao longo do ensaio. A geometria dos modelos está representada na Figura 3.3.



A laje estava apoiada em oito pontos através de vigas de distribuição (RHS 150x150x10 mm<sup>3</sup>) e quatro cordões de pré-esforço que ligam o modelo à laje de reacção do laboratório, como está ilustrado nas Figuras 3.3 e 3.4.



Figura 3.4: Aspecto geral dos modelos e do macaco hidráulico.

Em cada um dos oito pontos existia uma placa com 100x100x20 mm<sup>3</sup>, colocada sobre uma camada de gesso, e em cada par destes pontos assentava um perfil de secção quadrada oca (RHS 150x150x10 mm<sup>3</sup>). A colocação da camada de gesso (Figura 3.5) teve o objectivo de nivelar o perfil e permitir uma distribuição de tensões uniforme.



Figura 3.5: Perfil metálico RHS apoiado nas placas de aço com gesso.

Cada um dos perfis de secção quadrada oca (RHS 150x150x10 mm<sup>3</sup>) era atravessado no centro por um cordão de aço de alta resistência com diâmetro nominal de 15.2 mm (0.6") que era fixo com uma placa metálica com 100x100x20 mm<sup>3</sup>, sobre a qual era colocado o sistema de ancoragem dos cordões, composto por um cilindro e cunhas. Estes cordões atravessavam a laje de reacção do laboratório e eram fixos sob a mesma. Com este sistema estavam



garantidas as condições de fronteira cinemáticas e estáticas, permitindo rotações livres nos bordos do modelo, de maneira a simular a linha de momentos nulos.

A carga foi introduzida no centro da laje, na superfície inferior, por um macaco hidráulico (ENERPAC RRH 1006 com 990 kN de capacidade máxima e 160 mm de curso máximo - Figura 3.4), controlando-se a velocidade de aplicação da pressão/carga. Para aplicação e controlo de pressão usou-se uma unidade de controlo de pressão hidráulica WALTER+BAI AG tipo NSPA 700/DIG 200, estando ilustrado na Figura 3.6.



Figura 3.6: Aspecto geral do grupo hidráulico WALTER BAI AG tipo NSPA 700 / DIG 2000.

O modelo padrão<sup>1</sup> foi designado ND0. Os modelos com incorporação de fibras foram designados por ND1, ND2, ND3, ND4 e ND5, contendo 0.50%, 0.75%, 0.75%, 1.00% e 1.25% de volume de fibras adicionado, respectivamente. Nos modelos ND3, ND4 e ND5 foi adicionado plastificante à sua composição.

O dimensionamento da armadura longitudinal superior foi realizado com o intuito de obter-se a rotura dos modelos por punção. Consequentemente, a armadura longitudinal superior era constituída por vinte e um varões de 10 mm de diâmetro em cada direcção, o que corresponde aproximadamente a

---

<sup>1</sup>sem fibras nem plastificante na sua composição base de betão.

uma malha quadrada de  $\phi 10/0.075$  m. Colocou-se uma armadura longitudinal inferior, constituída por 8 varões de 6 mm de diâmetro em cada direcção, o que corresponde aproximadamente a malha quadrada de  $\phi 6/0.20$  m, com o principal objectivo de evitar a fendilhação dos modelos no seu transporte até ao local do ensaio. O espaçamento dos varões de 6 mm foi diferente junto ao pilar para evitar a influência que estes varões possam ter na fase de rotura por punçoamento e logo após a rotura. Na Figura 3.7 estão esquematizadas as armaduras longitudinais dos modelos.

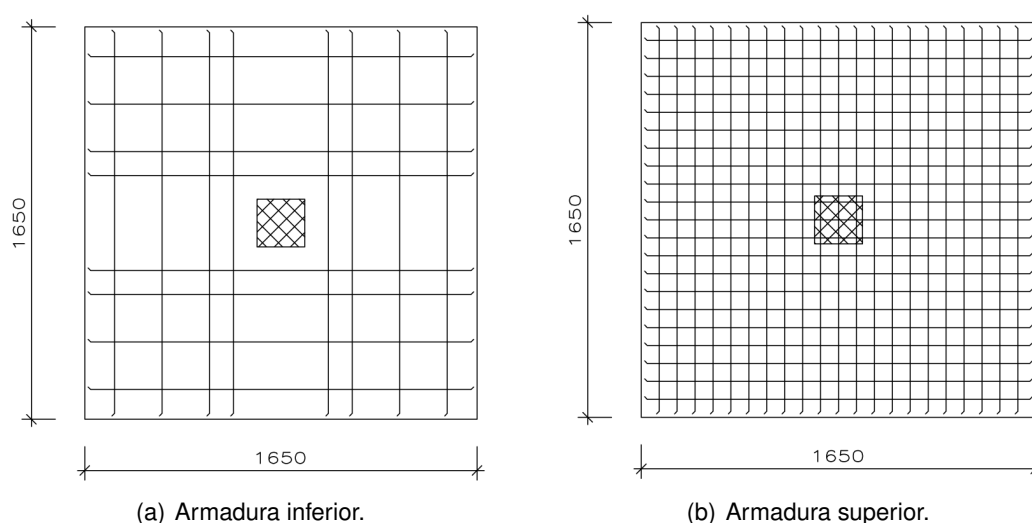


Figura 3.7: Armaduras longitudinais dos modelos (desenhos sem escala e dimensões em mm).

O recobrimento das armaduras superior e inferior é de aproximadamente de 10 mm e 20 mm, respectivamente. Foram colocados na armadura longitudinal superior extensómetros eléctricos, efectuando-se sempre uma verificação para ver se estes estavam a funcionar correctamente através da análise da sua resistência ( $120.4 \pm 0.5 \Omega$ ). Durante a elaboração dos modelos foi feito um levantamento altimétrico das armaduras longitudinais superiores com recurso a um paquímetro digital, permitindo a determinação da sua altura útil média, obtendo 105 mm como valor médio em todos os modelos. A percentagem de armadura longitudinal ( $\rho_l$ ) para todos os modelos foi de 1.00%. Na Figura 3.8 é possível observar o aspecto das armaduras longitudinais na cofragem.



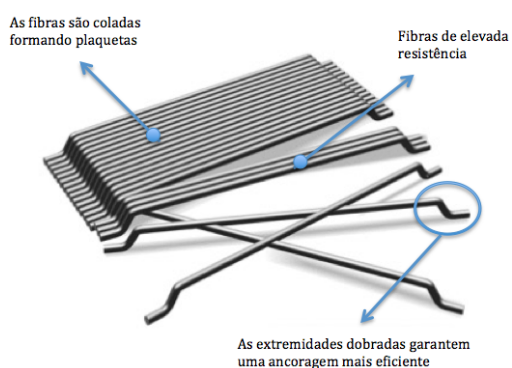
(a) Montagem das armaduras longitudinais.



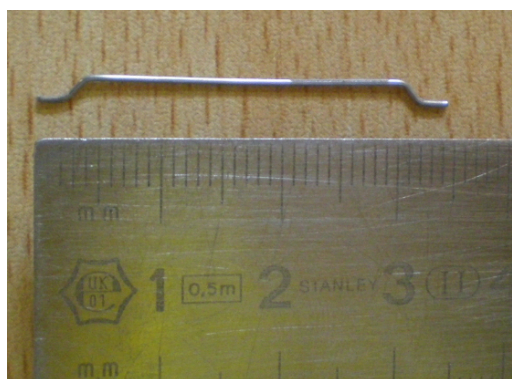
(b) Aspecto final das armaduras longitudinais na cofragem.

Figura 3.8: Montagem e aspecto final das armaduras longitudinais.

A fibra de aço utilizada nos modelos foi a Dramix® RC 65/35 BN, representada na Figura 3.9. Esta fibra é recta com ganchos nas duas extremidades, conhecidas na nomenclatura inglesa por “hooked end steel fibres”, com comprimento total igual a 35 mm, com diâmetro de 0.55 mm e com uma esbelteza de cerca de 64.



(a) Pormenores das fibras Dramix® em plaquetas coladas.



(b) Fibra de aço.

Figura 3.9: Fibras de aço Dramix® RC 65/35 BN.



### 3.3 Caracterização dos Materiais

#### 3.3.1 Betão

Para a caracterização do betão utilizado nos modelos experimentais foram moldados provetes cúbicos de  $150 \times 150 \times 150 \text{ mm}^3$ , provetes cilíndricos de  $\phi 150 \text{ mm} \times 300 \text{ mm}$ , vigas de  $600 \times 150 \times 150 \text{ mm}^3$  e painéis de lajes de  $600 \times 600 \times 100 \text{ mm}^3$  (Figura 3.10) no mesmo dia em que eram moldadas as lajes respectivas. Todos os modelos experimentais, incluindo os provetes, vigas, painéis e lajes foram ensaiados aos 21 dias depois da sua betonagem. A caracterização exaustiva do betão foi desenvolvida no âmbito de um outro trabalho a decorrer em simultâneo, cujo objectivo era caracterizar as propriedades mecânicas do betão com fibras usado para a construção das lajes [16]. A formulação do betão utilizado nos modelos está presente no Apêndice B.



Figura 3.10: Provetes cúbicos, provetes cilíndricos, vigas e painéis de laje nos respectivos moldes no dia da betonagem [16].

O betão foi produzido no Laboratório de Estruturas do Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa. A composição do betão foi a mesma para todas as misturas, variando apenas na adição da percentagem volumétrica de fibras e no volume de plastificante.

O betão padrão foi produzido usando  $450 \text{ kg/m}^3$  de cimento Portland CEM

II/B-L 32.5 N, 185 kg/m<sup>3</sup> de areia 0/2, 545 kg/m<sup>3</sup> de areia 2/4, 882 kg/m<sup>3</sup> de agregado calcário 0/12.5 e 216 kg/m<sup>3</sup> de água. A relação água/cimento utilizada nas misturas foi de 0.48.

O betão com incorporação de fibras teve 0.50%, 0.75%, 0.75%, 1.00% e 1.25% de volume de fibras adicionado, para cada modelo respectivo. Nas lajes ND3, ND4 e ND5 foi adicionado 3.0 kg/m<sup>3</sup> de plastificante *Pozzolith 540* na mistura. Apresenta-se na Tabela 3.1 um resumo da quantidade de material usado na elaboração dos modelos. Na Figura 3.11 é possível observar os materiais utilizados para o fabrico do betão.

Tabela 3.1: Quantidade de material utilizado na elaboração dos modelos.

Modelo	Cimento [kg/m <sup>3</sup> ]	Areia 0/2 [kg/m <sup>3</sup> ]	Areia 2/4 [kg/m <sup>3</sup> ]	Agregado Calcário 0/12.5 [kg/m <sup>3</sup> ]	Água [kg/m <sup>3</sup> ]	Fibras [%]	Plastificante [kg/m <sup>3</sup> ]
ND0	450	185	545	882	216	0.00	0.0
ND1	450	185	545	882	216	0.50	0.0
ND2	450	185	545	882	216	0.75	0.0
ND3	450	185	545	882	216	0.75	3.0
ND4	450	185	545	882	216	1.00	3.0
ND5	450	185	545	882	216	1.25	3.0

Utilizou-se nas misturas de betão o Cimento Portland de calcário CEM II/B-L 32.5 N produzido pela Secil, que segundo a norma NP EN 197-1 [23], é um cimento Portland composto (CEM II), com uma percentagem de clínquer (B) e de calcário (L) adicionados entre 65-79% e 21-35%, respectivamente, com uma resistência mínima à compressão aos 28 dias de 32,5 MPa e com uma classe de resistência normal aos primeiros dias, tendo o mínimo de 16 MPa aos 7 dias.

Os agregados e plastificante utilizados foram fornecidos por uma central de betão. A análise granulométrica dos agregados foi realizada de acordo com as respectivas normas em vigor e está apresentada no Apêndice C.

A amassadura do betão com fibras de aço pode ser realizada com várias técnicas, consoante o tipo de fibra a usar e as quantidades de betão a fabricar. No presente caso de estudo, assegurar-se uma boa dispersão das fibras, verificando que o tempo de amassadura foi, normalmente, superior ao despendido na amassadura do betão padrão. Com o aumento da percentagem



(a) Cimento Portland calcário CEM II/B-L 32.5 N.



(b) Areia 0/2.



(c) Areia 2/4.



(d) Agregado calcário 0/12.5.



(e) Fibras de aço Dramix® RC 65/35 BN.



(f) Plastificante  
POZZOLITH 540.



(g) Água.

Figura 3.11: Amostras dos materiais utilizados no fabrico do betão.

de fibras adicionadas, verificou-se uma perda de trabalhabilidade e incapacidade de homogeneização do betão por parte da betoneira utilizada, por isso recorreu-se à adição do plastificante *Pozzolith 540* em algumas misturas (ND3, ND4 e ND5) para minimizar estes efeitos. Como já foi visto na Tabela 3.1, os modelos ND2 e ND3 têm idênticas composições de BRFA, à excepção do plastificante adicionado no modelo ND3. O objectivo da realização do modelo ND3 foi para comparar directamente o efeito do plastificante na mistura.

O betão foi realizado numa betoneira de eixo vertical do modelo Mammut, com uma capacidade máxima de 250 litros, apresentada na Figura 3.12. Das betoneiras disponíveis no laboratório do DEC da FCT-UNL, verificou-se que esta, em relação à de eixo basculante, demonstrava melhor capacidade e energia para homogeneizar as fibras no betão. A vibração do betão foi efectuada com recurso a um vibrador eléctrico portátil com agulha, representado na Figura 3.13.



(a) Betoneira modelo Mammut.



(b) Betoneira a produzir betão.

Figura 3.12: Betoneira utilizada no fabrico do betão.

A resistência à compressão foi obtida através de ensaios à compressão de provetes cúbicos com 150 mm de lado (Figura 3.14), segundo a norma NP EN 12390-3 [25]. Para cada uma das lajes foram executados seis provetes, que foram ensaiados no dia da realização do ensaio do modelo de laje respectivo. Foi utilizada uma prensa FORM-TEST do tipo BETA2-3000E com uma capacidade máxima de 3000 kN.





(a) Vibrador.



(b) Vibração do betão.

Figura 3.13: Vibrador utilizado na betonagem.



(a) Moldes dos provetes cúbicos.



(b) Ensaio à compressão de um provete cúbico.

Figura 3.14: Moldes e ensaio de provetes cúbicos [16].

Na Figura 3.15 é possível observar o tipo de rotura obtido nos cubos sem fibras e com fibras. É de realçar uma rotura típica no cubo de betão sem fibras, enquanto nos cubos com fibras verifica-se grande fendilhação e sem destacamento de betão como acontece no cubo de betão sem fibras.

A resistência à tracção simples foi obtida através de ensaios à compressão diametral de provetes cilíndricos com 150 mm de diâmetro e 300 mm de comprimento, segundo a norma NP EN 12390-6 [26]. Em cada uma das lajes foram executados seis provetes, que foram ensaiados no dia da realização do ensaio do modelo de laje respectivo. Foi utilizada a mesma prensa do ensaio aos cubos.

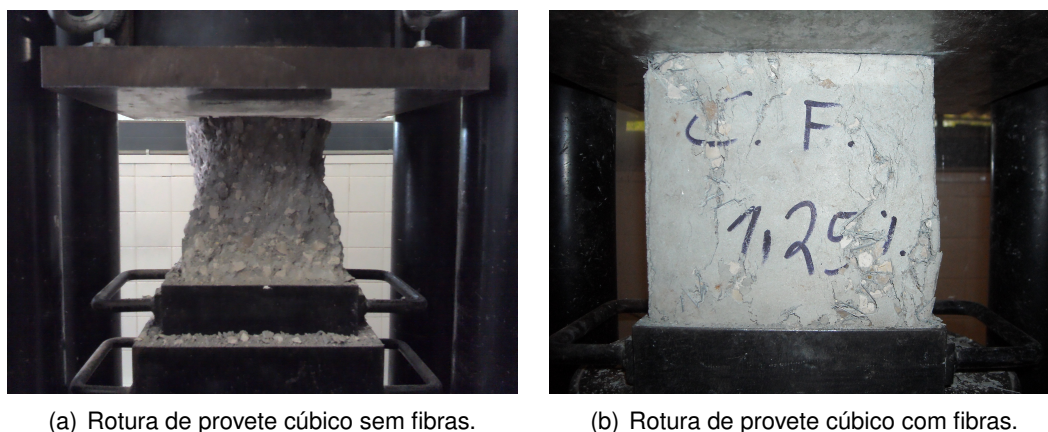


Figura 3.15: Rotura de provetes cúbicos [16].

Na Figura 3.16 é possível observar o tipo de rotura obtido nos cilindros sem fibras e com fibras. Verifica-se que existe completa separação entre as faces do cilindro de betão sem fibras, como era esperado, enquanto nos cilindros com fibras verifica-se que as duas metades resultantes da rotura ficam unidas pelas fibras.

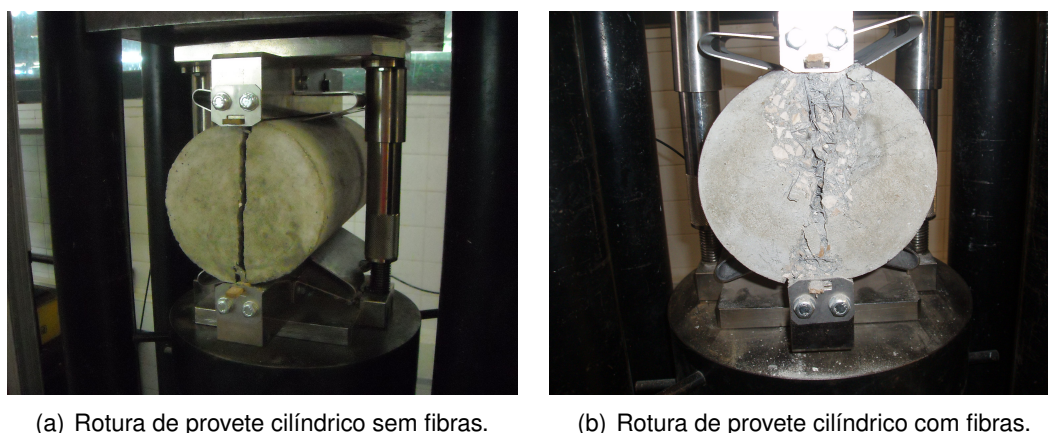


Figura 3.16: Rotura de provetes cilíndrico [16].

Na Tabela 3.2 apresentam-se os resultados obtidos nos ensaios aos provetes cúbicos e cilíndricos, utilizando os respectivos provetes e ensaios descritos anteriormente. Para o cálculo da tensão média de rotura à compressão do betão em provetes cilíndricos ( $f_{cm}$ ) considerou-se a Exp. (3.1).

$$f_{cm} = 0.8 \cdot f_{ccm} \quad (3.1)$$

Tabela 3.2: Caracterização do betão nos modelos de laje [16].

Modelo	$f_{ccm}^{(1)}$ [MPa]	$f_{cm}^{(2)}$ [MPa]	$f_{ctm,sp}^{(3)}$ [MPa]
ND0	44.8	35.9	3.41
ND1	42.2	33.8	3.43
ND2	39.8	31.8	3.48
ND3	57.7	46.2	4.25
ND4	57.2	45.8	5.09
ND5	55.6	44.5	5.44

<sup>(1)</sup> valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cubos (150x150x150 mm<sup>3</sup>);

<sup>(2)</sup> valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cilindros de acordo com a Exp. 3.1;

<sup>(3)</sup> valor médio da tensão de rotura do betão à tracção simples em cilindros (φ150 mm x 300 mm);

O comportamento à tracção do BRFA pode ser expresso através da lei tensão-abertura de fenda ( $\sigma - w$ ). No trabalho desenvolvido por Fernandes [16], obteve-se a relação ( $\sigma - w$ ) através de uma análise inversa, baseada em resultados provenientes de dois ensaios à flexão diferentes, nomeadamente, a vigas entalhadas e a painéis de laje quadrados, cumprindo esses ensaios com as normas EN 14651 [13] e a NP EN 14488-5 [29], respectivamente. Nas Figuras 3.17 e 3.18 apresenta-se o esquema de ensaio das vigas entalhadas e dos painéis de laje quadrados, respectivamente.

Na análise inversa, Fernandes [16] adaptou a relação ( $\sigma - w$ ) através de um processo iterativo, até a curva carga-deslocamento prevista pelo método utilizado se ajustar, com o menor erro possível, com a obtida experimentalmente. A análise foi conduzida adoptando a formulação proposta por Zhang e Stang [48] para os ensaios a vigas entalhadas e o método das linhas de rotura para painéis de laje quadrados, adoptando em ambas as situações por uma relação ( $\sigma - w$ ) do tipo quadri-linear, representada pela Exp. (3.2).

$$\frac{\sigma(w)}{\sigma_t} = \begin{cases} a_1 + c_1 \cdot w & \text{se } w < w_1 \\ a_2 + c_2 \cdot w & \text{se } w_1 < w < w_2 \\ a_3 + c_3 \cdot w & \text{se } w_2 < w < w_3 \\ a_4 + c_4 \cdot w & \text{se } w_3 < w < w_4 \end{cases} \quad (3.2)$$

em que  $\sigma_t$  é a tensão de tracção uniaxial do betão simples [MPa].

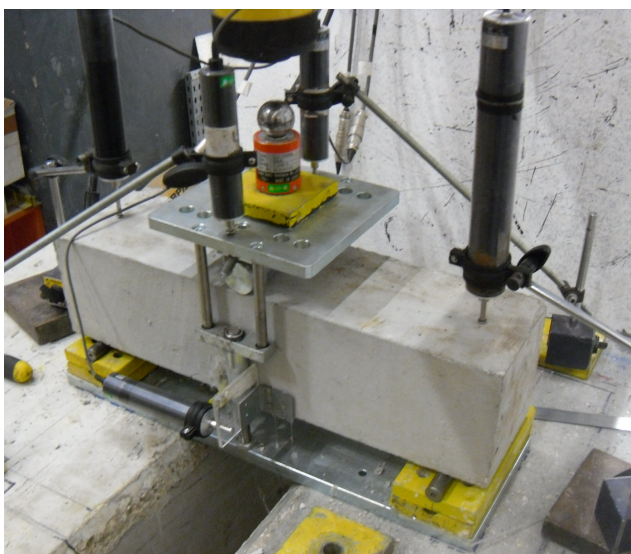
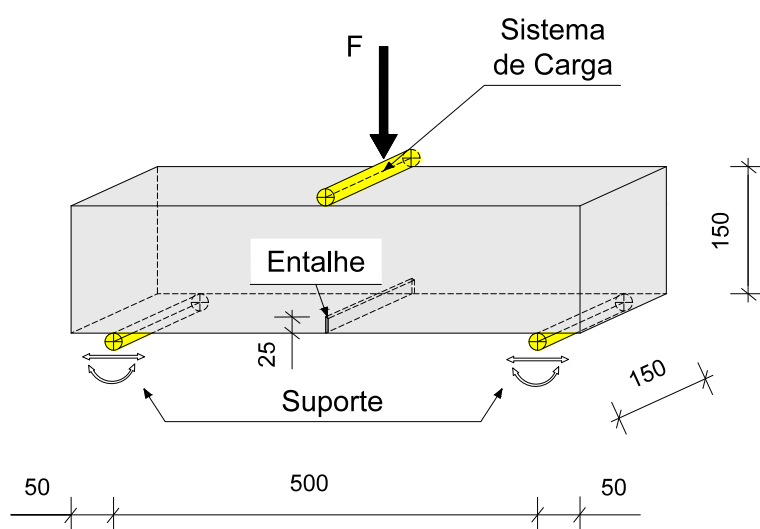


Figura 3.17: Esquema de ensaio das vigas entalhadas [16] (desenho sem escala e dimensões em mm).



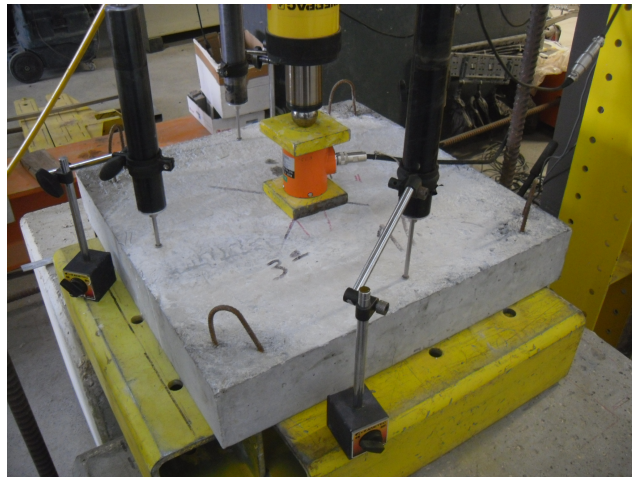
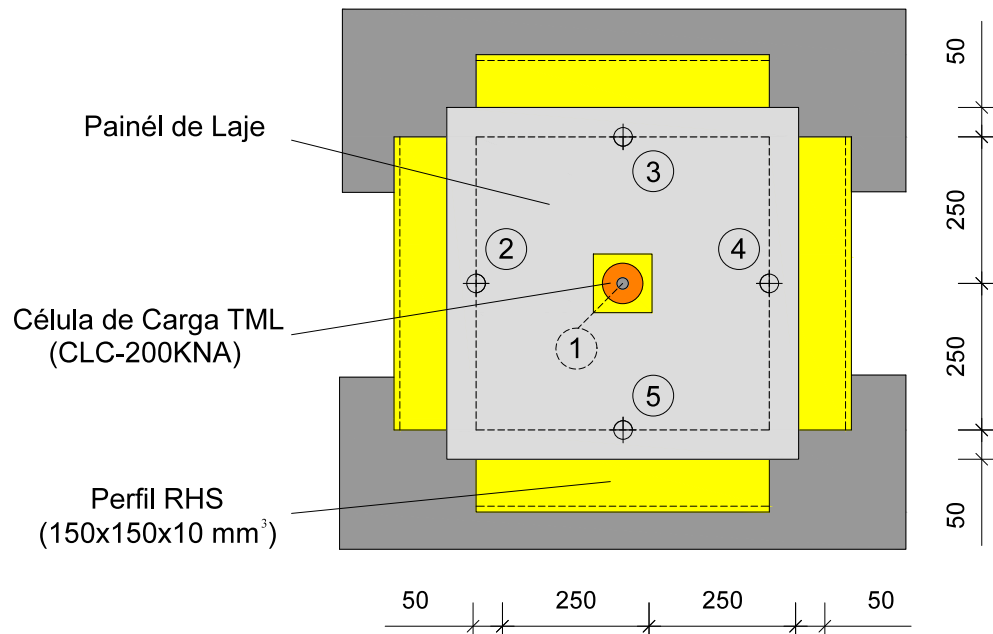


Figura 3.18: Esquema de ensaio dos painéis de laje quadrados [16] (desenho sem escala e dimensões em mm).

Os parâmetros  $a_i$  e  $c_i$  correspondentes às vigas entalhadas e aos painéis de laje quadrados, estão apresentados nas Tabelas 3.3 e 3.4, respectivamente.

Tabela 3.3: Parâmetros da relação ( $\sigma$ - $w$ ) do tipo quadri-linear nas vigas entalhadas [16].

Modelo	$\sigma_t$ [MPa]		$a_1, c_1$	$a_2, c_2$	$a_3, c_3$	$a_4, c_4$
ND1	2.0	$a_i$	1.000	0.544	1.900	1.800
		$c_i$ [1/mm]	-8.850	0.650	-0.480	-0.413
		$w$ [mm]	0.000-0.048	0.048-1.200	1.200-1.490	1.490-2.000
ND2	2.3	$a_i$	1.000	0.639	1.400	1.250
		$c_i$ [1/mm]	-8.610	0.418	-0.344	-0.244
		$w$ [mm]	0.000-0.040	0.040-1.000	1.000-1.500	1.500-2.000
ND3	2.4	$a_i$	1.000	0.500	1.760	0.500
		$c_i$ [1/mm]	-7.500	1.693	-0.827	-0.127
		$w$ [mm]	0.000-0.054	0.054-0.500	0.500-1.800	1.800-2.000
ND4	2.5	$a_i$	1.000	0.565	1.600	1.600
		$c_i$ [1/mm]	-8.970	0.916	-0.377	-0.377
		$w$ [mm]	0.000-0.044	0.044-0.800	0.800-1.400	1.400-2.000
ND5	2.7	$a_i$	1.000	0.743	2.000	1.400
		$c_i$ [1/mm]	-8.900	1.396	-0.700	-0.300
		$w$ [mm]	0.000-0.025	0.025-0.600	0.600-1.500	1.500-2.000

Tabela 3.4: Parâmetros da relação ( $\sigma$ - $w$ ) do tipo quadri-linear nos painéis de laje quadrados [16].

Modelo	$\sigma_t$ [MPa]		$a_1, c_1$	$a_2, c_2$	$a_3, c_3$	$a_4, c_4$
ND1	2.0	$a_i$	1.000	0.581	1.000	1.000
		$c_i$ [1/mm]	-8.380	0.349	-0.175	-0.175
		$w$ [mm]	0.000-0.048	0.048-0.800	0.800-1.500	1.500-2.000
ND2	2.0	$a_i$	1.000	0.493	1.100	1.000
		$c_i$ [1/mm]	-10.000	0.563	-0.196	-0.130
		$w$ [mm]	0.000-0.048	0.048-0.800	0.800-1.500	1.500-2.000
ND3	2.0	$a_i$	1.000	0.514	1.100	1.150
		$c_i$ [1/mm]	-9.100	1.025	-0.147	-0.180
		$w$ [mm]	0.000-0.048	0.048-0.500	0.500-1.500	1.500-2.000
ND4	2.2	$a_i$	1.000	0.515	1.220	1.130
		$c_i$ [1/mm]	-8.900	1.204	-0.206	-0.146
		$w$ [mm]	0.000-0.048	0.048-0.500	0.500-1.500	1.500-2.000
ND5	2.5	$a_i$	1.000	0.549	1.400	1.060
		$c_i$ [1/mm]	-8.690	0.706	-0.358	-0.131
		$w$ [mm]	0.000-0.048	0.048-0.800	0.800-1.500	1.500-2.000

O comportamento à tracção das vigas entalhadas e dos painéis de laje quadrados, resultante da análise inversa, estão presentes nas Figuras 3.19 e 3.20, respectivamente.

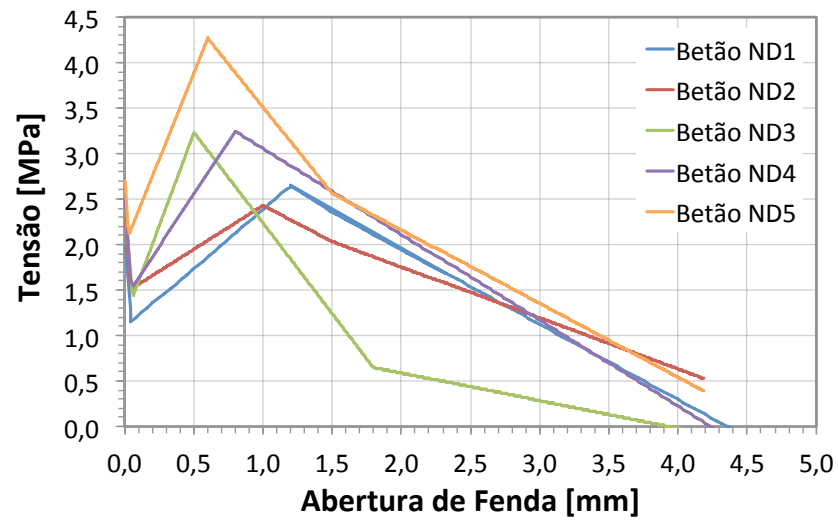


Figura 3.19: Relação ( $\sigma - w$ ) resultantes dos ensaios às vigas entalhadas [16].

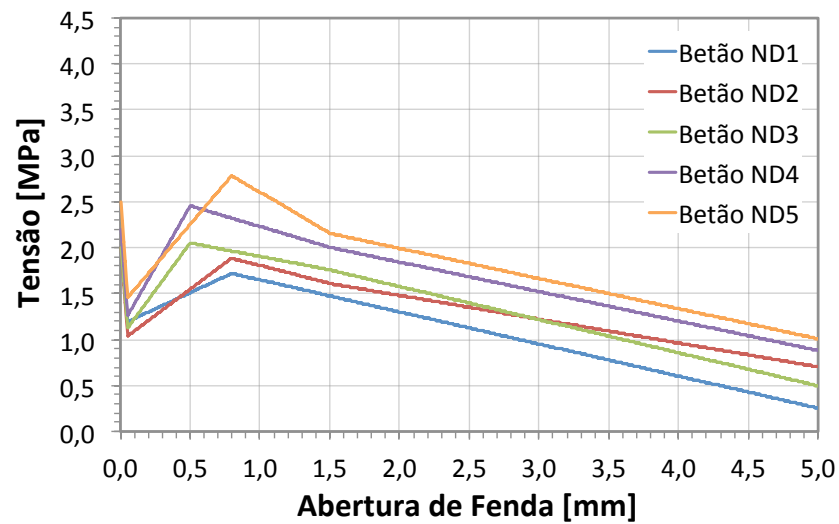


Figura 3.20: Relação ( $\sigma - w$ ) resultantes dos ensaios aos painéis de laje quadrados [16].

Por observação às Figuras 3.19 e 3.20 verifica-se que as relações  $(\sigma-w)$  obtidas através dos ensaios em vigas entalhadas são, em geral, superiores às obtidas nos painéis de laje quadrados, como esperado, uma vez que nas vigas existe uma orientação preferencial das fibras ao longo do seu eixo longitudinal. Como nos painéis de laje quadrados aparecem várias fendas, com um comprimento relativamente grande quando comparado com a das vigas, e como a distribuição das fibras é mais uniforme, ligando as fissuras transversais com diferentes orientações, o comportamento de fendilhação é representado de forma mais realista. Além disso, nos painéis de laje quadrados, a área de superfície total fissuras é muito mais elevada do que nas vigas entalhadas.

Nas Figuras 3.21 e 3.22 é possível observar o tipo de rotura obtido nas vigas entalhadas e nos painéis de laje quadrados, respectivamente. Como era esperado e já foi verificado nos cubos e nos cilindros, as fibras garantem uma ponte de ligação na fissura.

### 3.3.2 Aço da Armadura Ordinária

Para a caracterização mecânica da armadura ordinária, foram realizados ensaios de tracção a três provetes por cada diâmetro do aço utilizado como armadura longitudinal dos modelos. Na Tabela 3.5 apresentam-se os valores médios da tensão de cedência à tracção, no caso dos varões com 10 mm de diâmetro ( $f_y$ ) e da tensão limite convencional de proporcionalidade a 0.2% à tracção no caso dos varões com 6 mm de diâmetro ( $f_{0.2}$ ). São também indicados os valores médios da tensão de rotura à tracção do aço ( $f_t$ ). Os ensaios foram realizados de acordo com a norma NP EN 10002-1 [27].

Tabela 3.5: Caracterização do aço da armadura longitudinal.

Diâmetro Varão [mm]	Tipo	Valor médio de $f_y$ ou $f_{0.2}$ <sup>(1)</sup> [MPa]	Valor médio de $f_t$ <sup>(2)</sup> [MPa]
6	ER	594	724
10	NR	523	607

<sup>(1)</sup> tensão de cedência ou tensão limite convencional de proporcionalidade a 0.2% à tracção do aço;

<sup>(2)</sup> tensão de rotura à tracção do aço;



(a) Rotura de uma viga entalhada sem fibras.



(b) Rotura de uma viga entalhada com fibras.

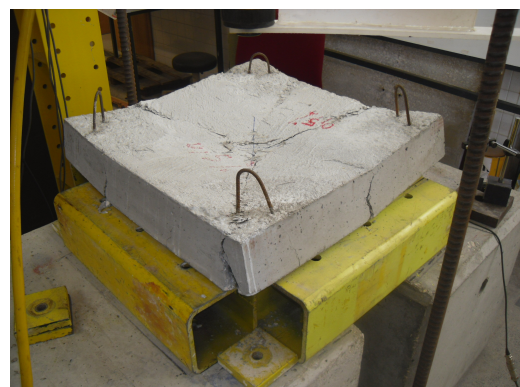


(c) Pormenor da fenda de rotura de uma viga entalhada com fibras.

Figura 3.21: Rotura de vigas entalhadas [16].



(a) Rotura de um painel de laje quadrado sem fibras.



(b) Rotura de um painel de laje quadrado com fibras.

Figura 3.22: Rotura de painéis de laje quadrados [16].

### 3.3.3 Fibras de Aço

A fibra de aço utilizada nos modelos foi a Dramix® RC 65/35 BN (Figura 3.23). Esta é uma fibra de aço com extremos dobrados para melhor ancoragem, com comprimento total igual a 35 mm, com diâmetro de 0.55 mm, com uma esbelteza 64 e com tensão de cedência de cerca de 1150 MPa.



Figura 3.23: Fibras de aço Dramix® RC 65/35 BN utilizadas.

De acordo com Azevedo [6], é recomendado utilizar fibras de aço que tenham um comprimento total igual ou inferior a 1/3 da menor dimensão da peça, para que não haja influência na distribuição e na direcção das fibras, como também melhore a trabalhabilidade do betão. Como os modelos de laje utilizados têm uma espessura de 125 mm, utilizou-se um tipo de fibra que cumprisse com a recomendação citada acima, adoptando assim a Dramix® RC 65/35 BN.

Na Figura 3.24 é possível observar a fibra Dramix® RC 65/35 BN na mistura de betão que utilizou-se nos modelos.

Durante as betonagens foi possível observar que as fibras coladas formando plaquetas desuniam-se quando eram inseridas na mistura, isto devido ao facto de a cola perder as suas propriedades no contacto com a água, garantindo assim uma melhor distribuição das fibras no betão e por sua vez melhor homogeneização do mesmo. Quando o betão foi colocado na cofragem, verificou-se em todos os modelos que não existia uma orientação preferencial das fibras e que não existiam aglomerados, mostrando grande dispersão na sua orientação e apresentando-se distribuídas uniformemente pelo betão.





(a) Aplicação das fibras na mistura.

(b) Aspecto do betão fresco com fibras (antes de vibrado/compactado).

Figura 3.24: Aplicação e distribuição das fibras no betão durante a betonagem.

### 3.4 Instrumentação dos Ensaios

Para permitir uma análise mais correcta e conclusiva dos ensaios é necessária uma monitorização o mais adequada e completa possível. Nos ensaios experimentais realizados, procedeu-se à monitorização da carga aplicada, da deformação do modelo e da extensão das armaduras longitudinais.

Para quantificar a carga vertical aplicada aos modelos foram instaladas quatro células de carga, uma em cada viga de reacção. Foram utilizadas células de carga do tipo CLC-200KNA da TML (Figura 3.25), todas com 200 kN de capacidade máxima, cuja localização em planta e em corte pode ser vista na Figura 3.26.



Figura 3.25: Célula de carga TML do tipo CLC-200KNA.

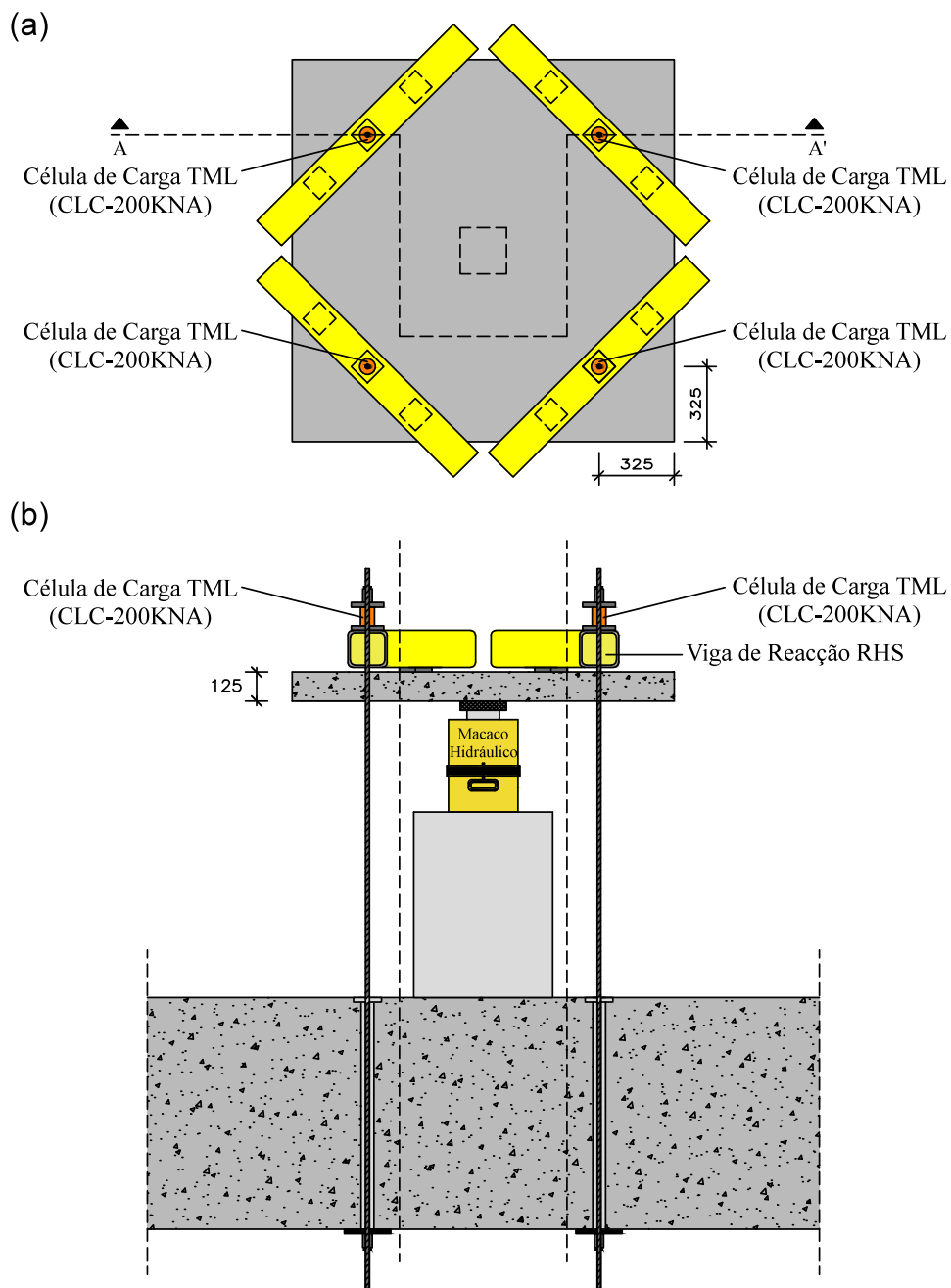


Figura 3.26: Localização em planta e em corte das células de carga, (a) planta e (b) corte A-A' (desenhos sem escala e dimensões em mm).

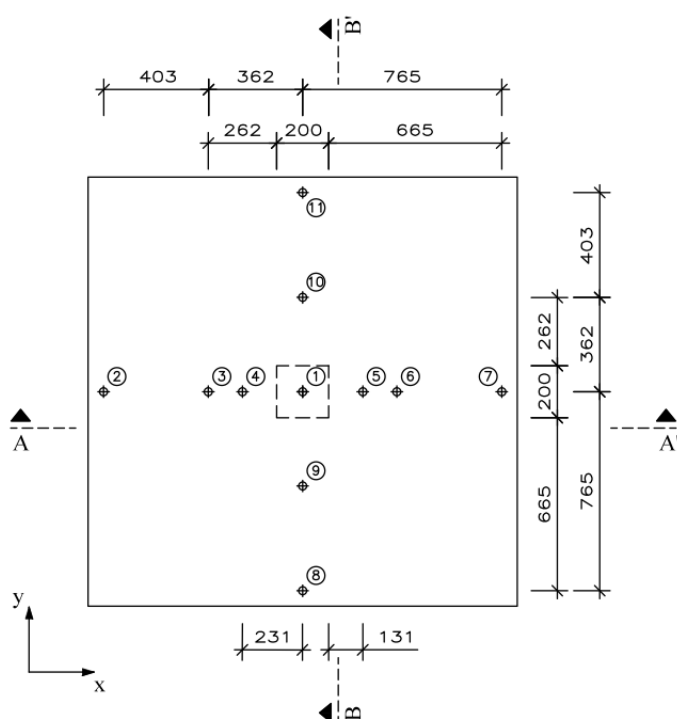


Para medir os deslocamentos verticais da laje foram instalados onze deflectómetros eléctricos do tipo CDP-100 da TML, fixados num pórtico metálico, por intermédio de bases magnéticas e perfis metálicos, como está ilustrado na Figura 3.27. A disposição em planta dos deflectómetros é a apresentada na Figura 3.28 e pode também ser visualizada nas Figuras 3.2 e 3.4. Na Figura 3.28 foram omitidos alguns elementos do sistema de ensaio para melhor visualização dos elementos. Para que a rugosidade da face da laje não influenciasse na medição dos deslocamentos, colocaram-se nos modelos uma pequena chapa de acrílico quadrada na zona de apoio do êmbolo do deflectómetro (Figura 3.27). Os deflectómetros 2 a 7 ficaram posicionados coincidentes com a direcção de maior altura útil da armadura longitudinal superior. Os deflectómetros 8 a 11 ficaram na direcção perpendicular, coincidente com a direcção de menor altura útil da armadura longitudinal superior.

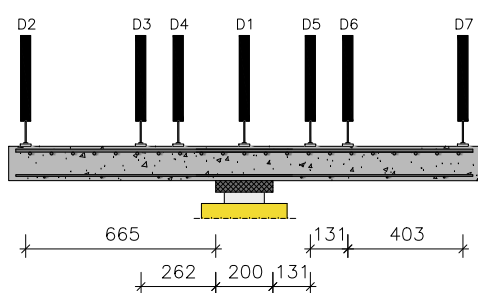
Os deflectómetros D3, D6, D9 e D10 foram posicionados a  $2.5d$  da face do pilar, enquanto que os deflectómetros D2, D7, D8 e D11 foram colocados na linha de momentos nulos, a uma distância de  $6.33d$  da face do pilar. O deflectómetro D1 foi posicionado no centro da laje. Optou-se por colocar deflectómetros adicionais na direcção da maior altura útil, nomeadamente o D4 e D5, a uma distância de  $1.25d$  da face do pilar, com o objectivo de observar se existem descontinuidades na superfície de rotura, que segundo outros trabalhos experimentais [14], [20], [12], mostraram que está aproximadamente a  $2d$ .



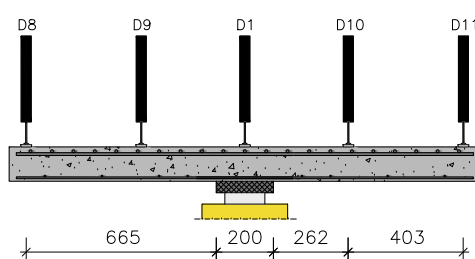
Figura 3.27: Deflectómetros eléctricos da TML fixados em base magnética e em perfis metálicos, apoiados em bases de acrílico.



(a) Localização em planta dos deflectómetros.



(b) Corte A-A'



(c) Corte B-B'

Figura 3.28: Localização dos deflectómetros (desenhos sem escala e dimensões em mm).

Antes da betonagem dos modelos, foram colados extensómetros eléctricos em quatro varões da armadura longitudinal superior, posicionados à meia altura do varão, orientados na direcção  $x$  (de maior altura útil) (Figuras 3.29 e 3.30). Em cada varão instrumentado colaram-se dois extensómetros em posições diametralmente opostas. Os pares de extensómetros foram colocados logo após a face do pilar, alternados por um varão, distanciados de 150 mm. Os extensómetros utilizados eram do tipo FLA-5-11-3L da TML com uma resistência eléctrica de

$120.4 \pm 0.5 \, \Omega$ . A localização e designação dos extensómetros, para os modelos ND1, ND2, ND3, ND4 e ND5, são apresentadas nas Figuras 3.29 e 3.30. A localização dos extensómetros no modelo ND0 é abordada mais à frente, na Secção 4.2.2.

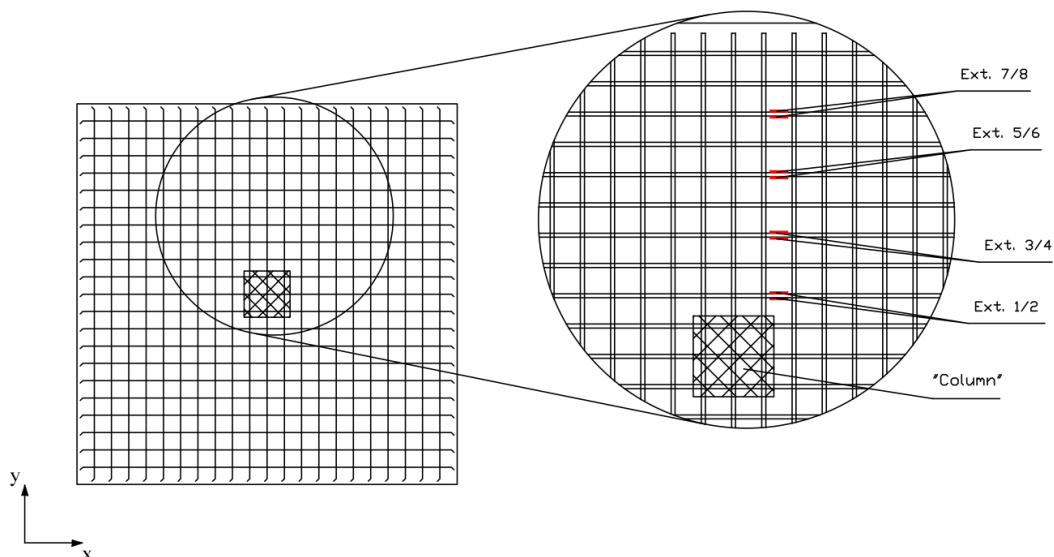
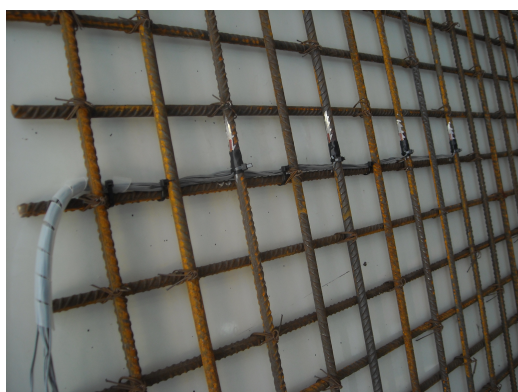


Figura 3.29: Localização em planta dos extensómetros eléctricos na armadura superior (desenhos sem escala).



(a) Extensómetros colados na armadura longitudinal.



(b) Vista geral da armadura instrumentada e silicone de protecção dos extensómetros.

Figura 3.30: Extensómetros eléctricos localizados na armadura longitudinal superior.

Toda a instrumentação atrás referida estava ligada a três unidades de aquisição de dados colocados em série, modelo Data Logger HBM Spider 8 (Figura 3.31).



(a) Três Data Logger HBM Spider 8.



(b) Ligação dos Data Logger HBM Spider 8 ao computador.

Figura 3.31: Data Logger HBM Spider 8.

### 3.5 Execução dos Ensaios

A execução do ensaio foi semelhante em todos os modelos, ensaiando sempre aos 21 dias de idade do respectivo modelo, tendo-se adoptado sempre a mesma velocidade de aplicação da carga. O carregamento monotónico foi aplicado a uma velocidade constante de 285 N/s, tendo-se procedido a leituras com um intervalo de um segundo, de todas as grandezas instrumentadas, até instantes depois de atingir-se a rotura do modelo em ensaio.

Apresenta-se na Tabela 3.6 os valores de carga de rotura experimentais ( $V_{exp}$ ) obtidos nos vários modelos .

Tabela 3.6: Valores da carga de rotura dos vários modelos.

Modelo	ND0	ND1	ND2	ND3	ND4	ND5
$V_{exp}^{(1)}$ [kN]	289	296	369	451	456	475

<sup>(1)</sup> carga de rotura experimental;

### 3.5.1 Modelo ND0

O modelo ND0 corresponde ao modelo padrão e serviu de termo de comparação com as lajes com fibras. Este modelo não é reforçado com fibras de aço e permitiu avaliar o acréscimo de capacidade resistente, promovido pela incorporação de fibras de aço no betão.

Para este modelo verificou-se uma rotura por punçoamento (Figura 3.32) ocorrida para uma carga de 289 kN.

### 3.5.2 Modelos com Incorporação de Fibras

Estes modelos, denominados ND1, ND2, ND3, ND4 e ND5, tiveram a mesma execução do ensaio do modelo padrão. Os modelos ND1 e ND2 tiveram uma rotura por punçoamento, com poucos varões em cedência. Os modelos ND3, ND4 e ND5 também tiveram uma rotura punçoamento, apesar de apresentarem mais varões em cedência. Nas Figuras 3.33 a 3.37 é possível observar o tipo de rotura obtido em cada um dos modelos.



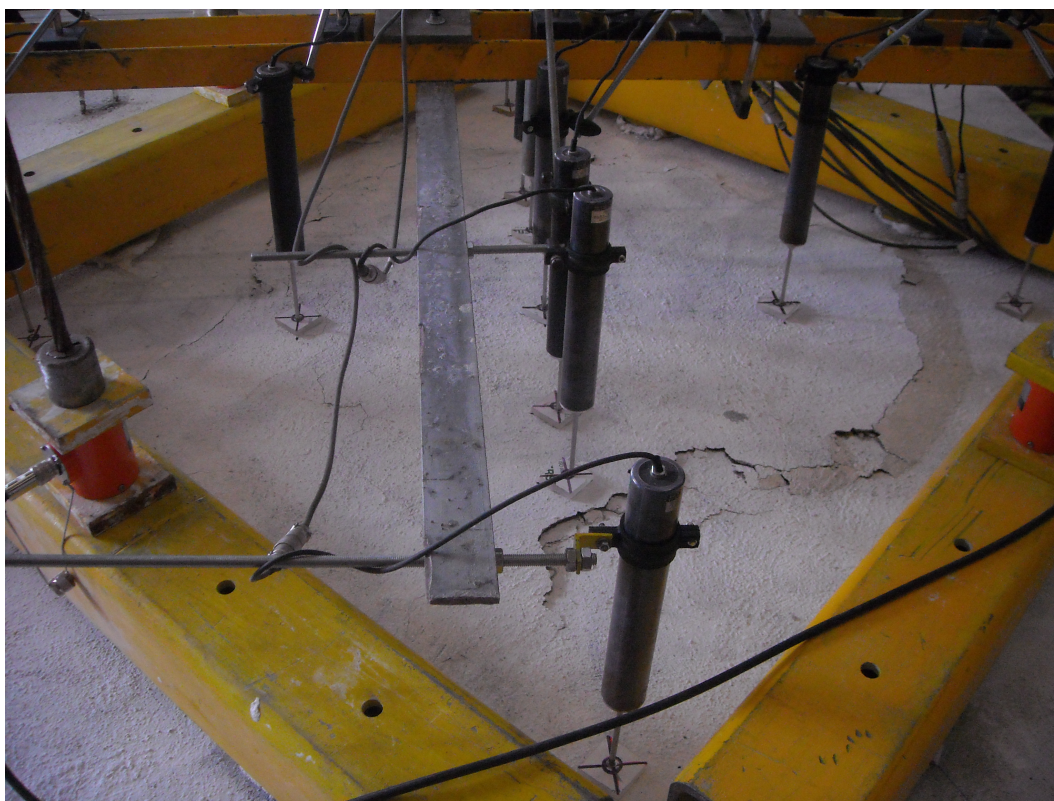


Figura 3.32: Vista geral da rotura por punção do modelo ND0.





Figura 3.33: Vista geral da rotura por punçoamento do modelo ND1.



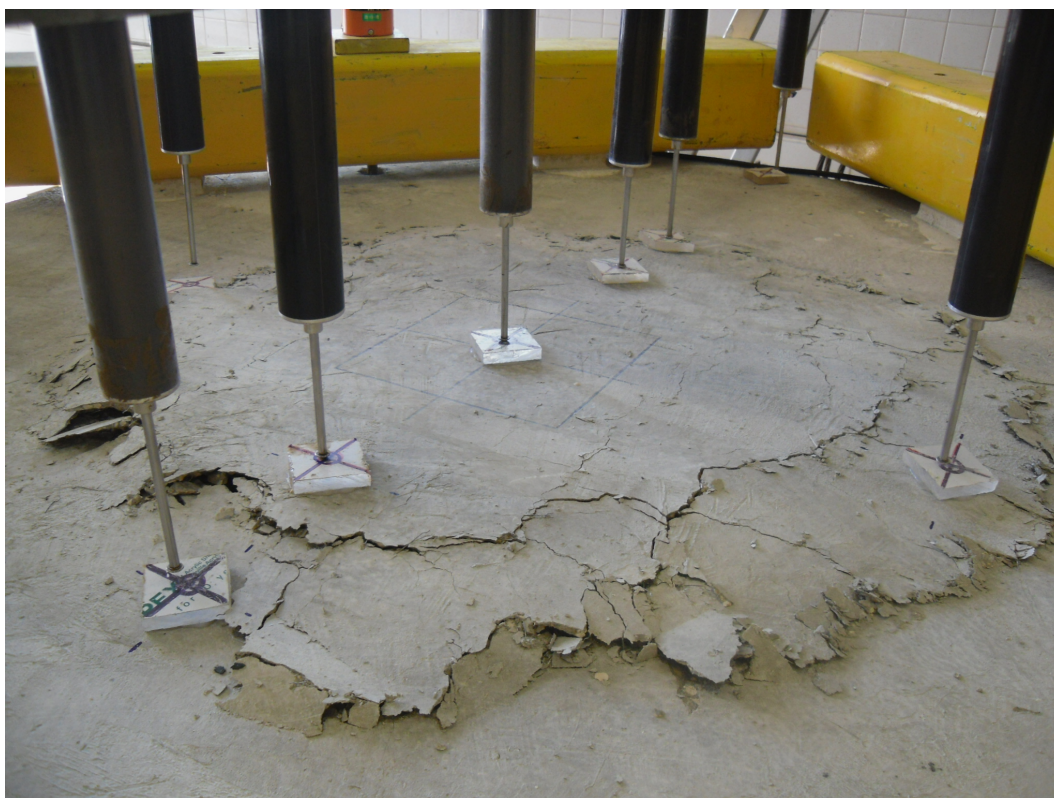


Figura 3.34: Vista geral da rotura por punçoamento do modelo ND2.





Figura 3.35: Vista geral da rotura por punçoamento do modelo ND3.





Figura 3.36: Vista geral da rotura por punçoamento do modelo ND4.



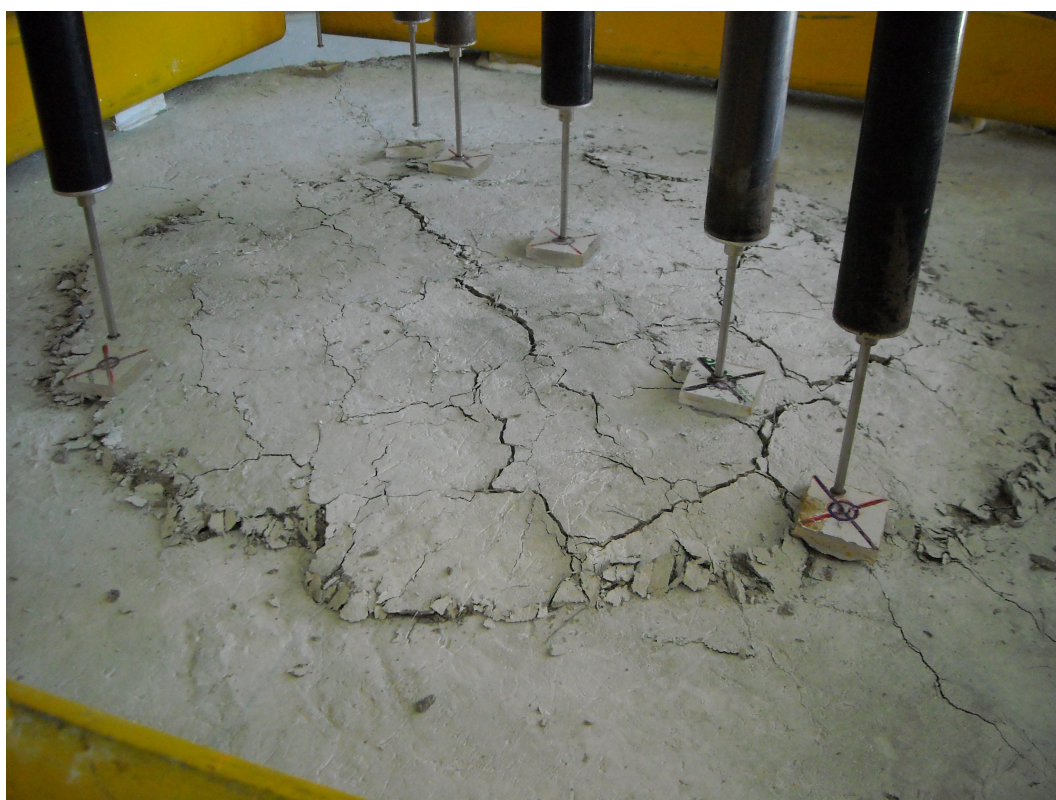


Figura 3.37: Vista geral da rotura por punçoamento do modelo ND5.



## Capítulo 4

# Análise dos Resultados

### 4.1 Introdução

Neste capítulo são apresentados e discutidos os resultados obtidos nos ensaios aos modelos de laje. Os resultados foram obtidos com base na instrumentação descrita no Capítulo 3, procedendo-se posteriormente à análise dos deslocamentos verticais, das extensões na armadura longitudinal superior e das cargas de rotura. É ainda analisada a excentricidade da carga, o efeito do betão com fibras na capacidade de carga e a geometria da superfície de rotura.

### 4.2 Apresentação dos Resultados

#### 4.2.1 Deslocamentos Verticais

Como está apresentado na secção 3.4, utilizaram-se onze deflectómetros eléctricos (denominados usualmente por LVDT - *linear variable differential transformer*) que permitiram determinar os deslocamentos relativos da laje em relação ao seu centro (deflectómetro D1). A disposição em planta dos deflectómetros é a apresentada na Figura 3.28, podendo também ser visualizada nas Figuras 3.2 e 3.4.

São apresentados gráficos com a evolução dos deslocamentos verticais em função da carga vertical e gráficos com as deformadas para vários patamares de carga, que foram elaborados para uma fácil interpretação dos resultados obtidos.

Os deslocamentos apresentados resultam das médias entre os deslocamentos medidos pelos deflectómetros D2 e D7 (indicado nos gráficos por D2 e D7), D3 e D6 (indicado nos gráficos por D3 e D6), D4 e D5 (indicado nos gráficos por D4 e D5), D8 e D11 (indicado nos gráficos por D8 e D11) e ainda D9 e D10 (indicado nos gráficos por D9 e D10), relativamente a D1. Note-se que as cargas apresentadas incluem o peso próprio da laje e de todos os elementos colocados sobre esta.

É possível verificar nos gráficos de evolução do deslocamento, onde está comparada a carga aplicada na laje com os deslocamentos verticais, a existência de três fases distintas: a primeira correspondente a um comportamento aproximadamente elástico, em que o betão e as armaduras se comportam elasticamente e não se verifica fendilhação do betão; a segunda inicia-se quando surgem as primeiras fendas por flexão (tangenciais ao “pilar”, contornando-o na face superior da laje), evidenciadas nos gráficos por uma diminuição progressiva de rigidez; e uma terceira fase em que se regista uma rigidez aproximadamente constante até à rotura, fase em que não surgem novas fendas mas há um aumento da abertura das fendas existentes. A rotura por punçoamento da laje ocorre quando é atingida a carga máxima, que é obtida quando uma fenda inclinada com origem na face superior da laje atinge a face inferior da mesma. Verificam-se, em todas as lajes, maiores deformações na direcção das armaduras com menor altura útil, ou seja, na direcção dos deflectómetros D8 e D11, tal como seria de esperar.

#### 4.2.1.1 Modelo ND0

A Figura 4.1 apresenta a evolução dos deslocamentos verticais com a carga vertical para o modelo ND0. Verifica-se que o final da primeira fase da resposta da laje termina para uma carga aplicada de cerca de 70 kN, enquanto que a terceira fase inicia-se para uma carga de cerca de 160 kN, registando-se a partir desse ponto um acréscimo de deslocamentos mais acentuado. O deslocamento máximo medido ocorre à distância de 765 mm do centro da laje na direcção com menor altura útil e o seu valor médio é de cerca de 7.1 mm. Nas Figura 4.2 e 4.3 é possível observar o aspecto do perfil transversal dos deslocamentos neste modelo.

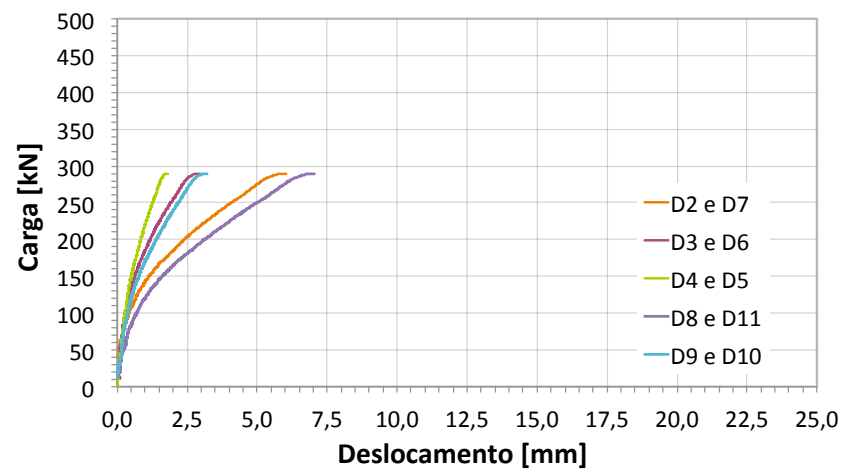


Figura 4.1: Evolução dos deslocamentos verticais com a carga vertical para o modelo ND0.

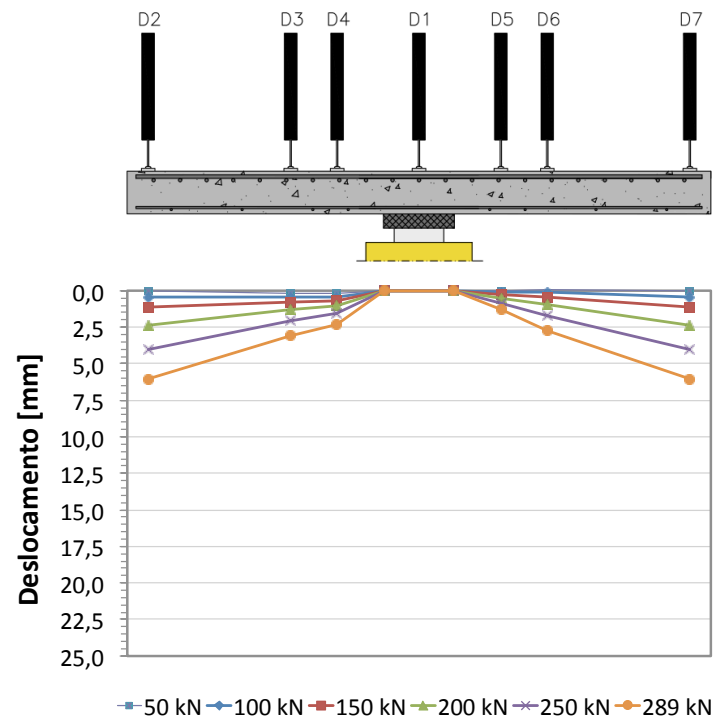


Figura 4.2: Deformadas no modelo ND0 para o alinhamento D2 e D7.

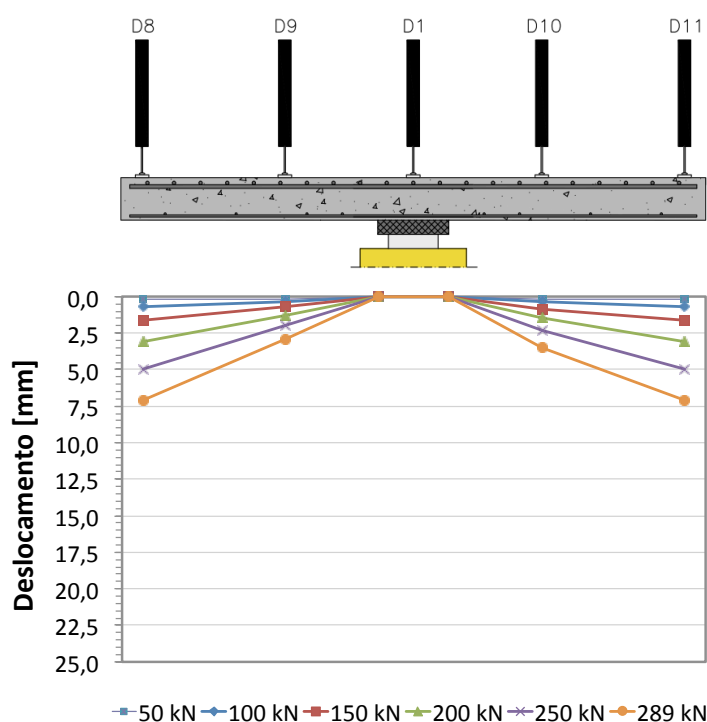


Figura 4.3: Deformadas no modelo ND0 para o alinhamento D8 e D11.

#### 4.2.1.2 Modelo ND1

A Figura 4.4 apresenta a evolução dos deslocamentos verticais do modelo ND1. Neste modelo verifica-se que o final da primeira fase da resposta da laje termina para uma carga aplicada de cerca de 70 kN, enquanto que a terceira fase inicia-se para uma carga de cerca de 140 kN, acontecendo mais cedo do que o modelo ND0. Este modelo com 0.50% de fibras apresenta um deslocamento máximo de 6.8 mm para um patamar de carga de 289 kN, enquanto o modelo ND0 apresentava um deslocamento máximo de 7.1 mm. Neste modelo ND1 registou-se um deslocamento máximo de aproximadamente 7.7 mm, medido a 765 mm do centro da laje na direcção com menor altura útil. Nas Figuras 4.5 e 4.6 é possível observar o aspecto do perfil transversal dos deslocamentos no modelo ND1.



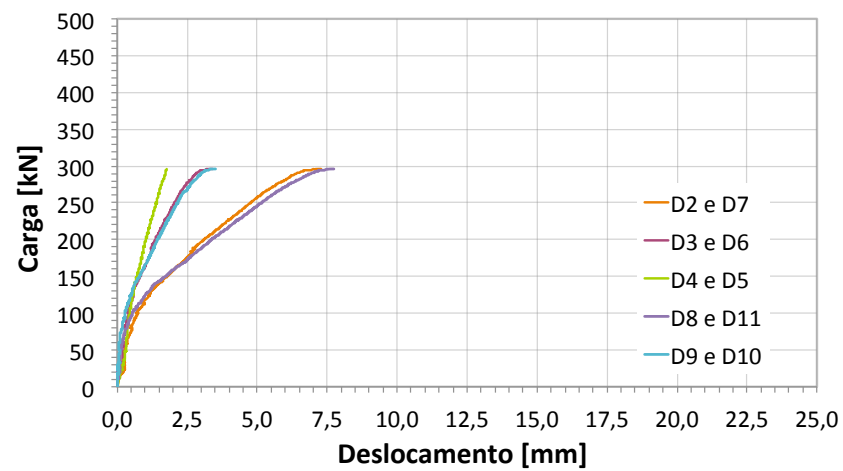


Figura 4.4: Evolução dos deslocamentos verticais com a carga vertical para o modelo ND1.

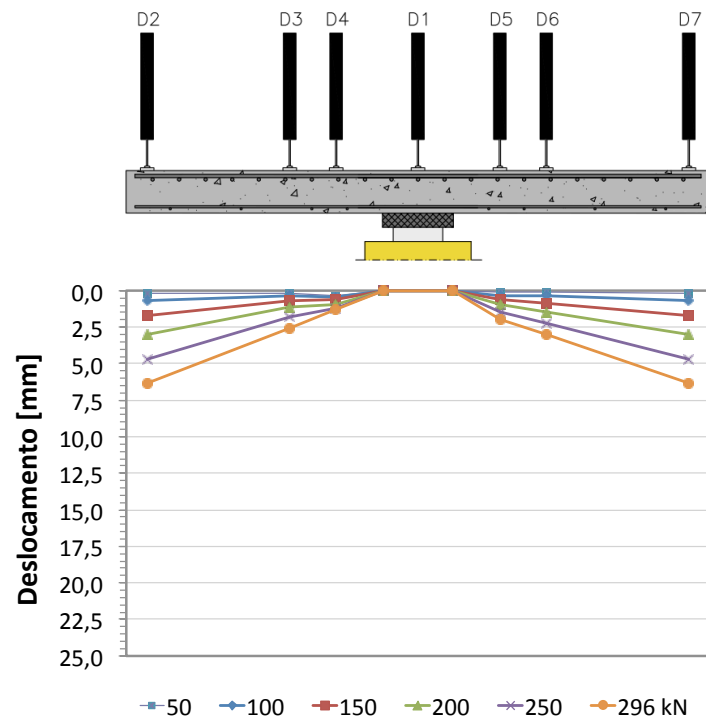


Figura 4.5: Deformadas no modelo ND1 para o alinhamento D2 e D7.

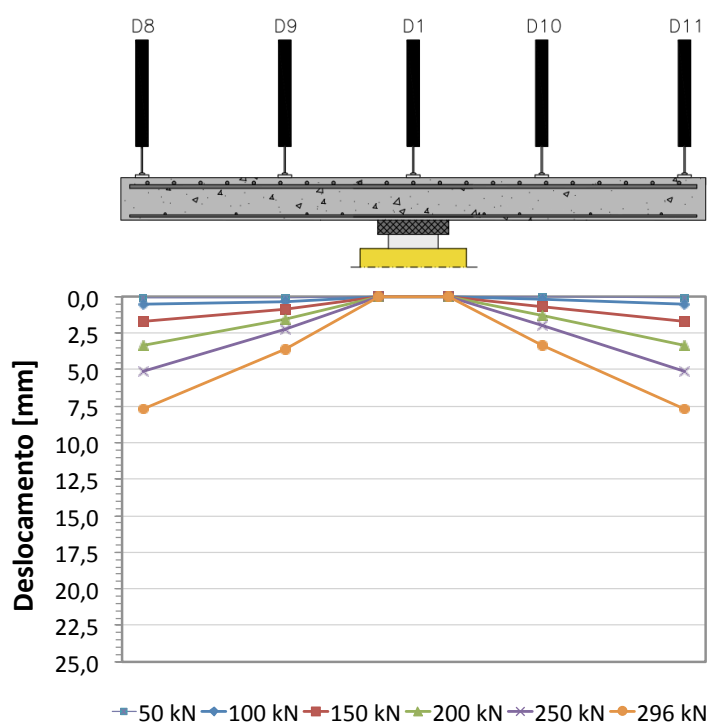


Figura 4.6: Deformadas no modelo ND1 para o alinhamento D8 e D11.

#### 4.2.1.3 Modelo ND2

A Figura 4.7 apresenta a evolução dos deslocamentos verticais do modelo ND2 até à sua rotura. Ao atingir-se uma carga vertical aplicada próxima de 70 kN, a laje começa a perder rigidez, atingindo-se o final da primeira fase (fase linear). A terceira fase inicia-se com uma carga aplicada de cerca de 140 kN. Este modelo com 0.75% de fibras apresenta um deslocamento máximo de 6.6 mm para um patamar de carga de 289 kN, enquanto o modelo ND0 apresentava um deslocamento máximo de 7.1 mm. O máximo deslocamento medido antes da rotura da laje foi de 10.7 mm, a 765 mm do centro da laje na direcção com menor altura útil. Nas Figuras 4.8 e 4.9 é possível observar o aspecto do perfil transversal dos deslocamentos no modelo ND2.

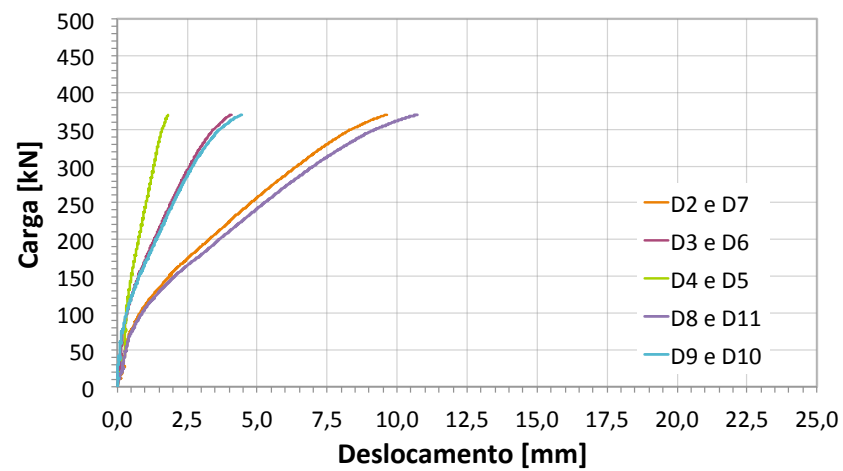


Figura 4.7: Evolução dos deslocamentos verticais com a carga vertical para o modelo ND2.

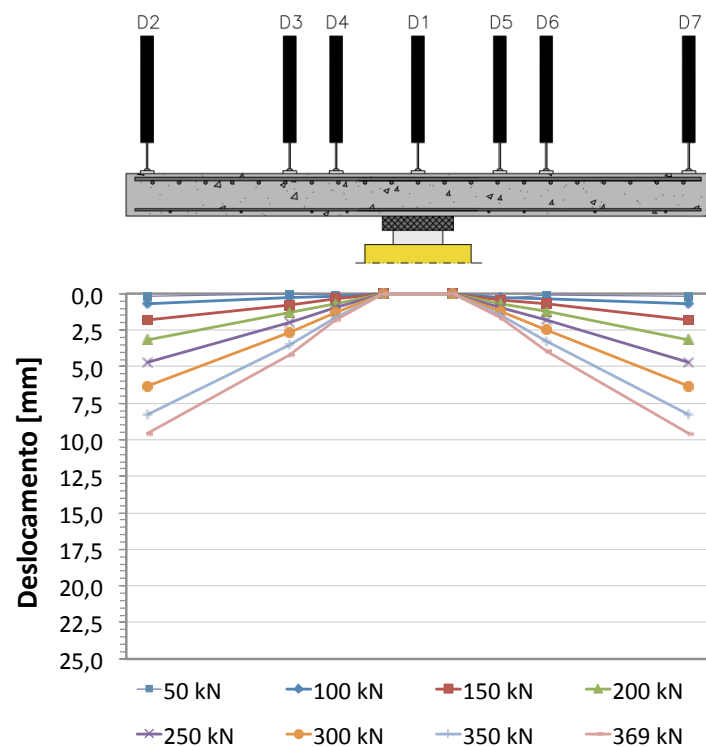


Figura 4.8: Deformadas no modelo ND2 para o alinhamento D2 e D7.

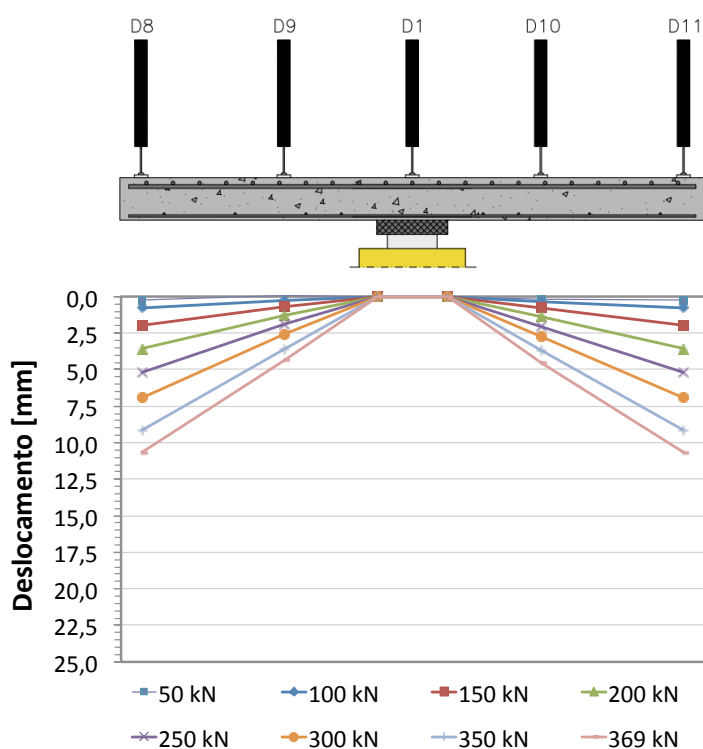


Figura 4.9: Deformadas no modelo ND2 para o alinhamento D8 e D11.

#### 4.2.1.4 Modelo ND3

A evolução dos deslocamentos verticais do modelo ND3 é apresentada na Figura 4.10. Este modelo com 0.75% de fibras e com plastificante apresenta um deslocamento máximo de 5.4 mm para um patamar de carga de 289 kN, enquanto o modelo ND0 apresentava um deslocamento máximo de 7.1 mm. Constata-se que o final da primeira fase da resposta da laje termina para uma carga aplicada de cerca de 70 kN, enquanto que a terceira fase inicia-se para uma carga de cerca de 160 kN. Verifica-se que o aspecto final da terceira fase é mais prolongada do que nos outros modelos, evidenciando uma constante diminuição da inclinação da curva que representa a evolução dos deslocamentos, mostrando uma grande diminuição da rigidez do modelo até à rotura. O deslocamento máximo registado antes da rotura da laje foi de aproximadamente 23.2 mm, a 765 mm do centro da laje na direcção com menor altura útil e ocorreu para uma carga aplicada próxima de 451 kN. Nas Figuras 4.11 e 4.12 é possível observar o aspecto do perfil transversal dos deslocamentos no modelo ND3.

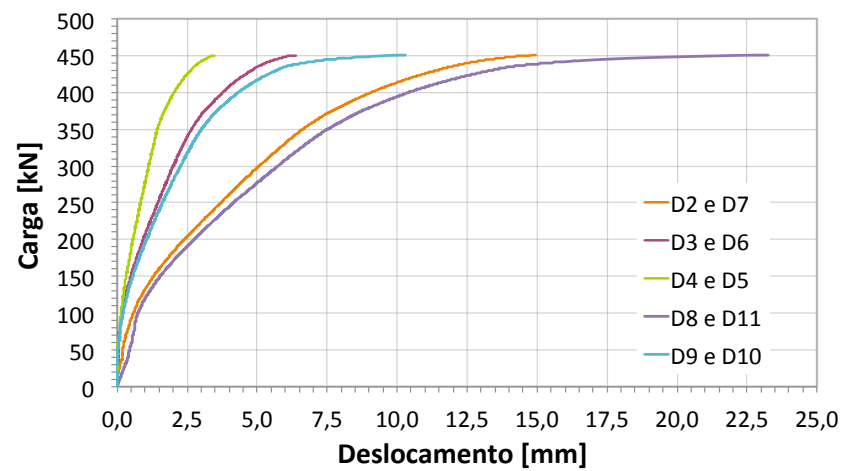


Figura 4.10: Evolução dos deslocamentos verticais com a carga vertical para o modelo ND3.

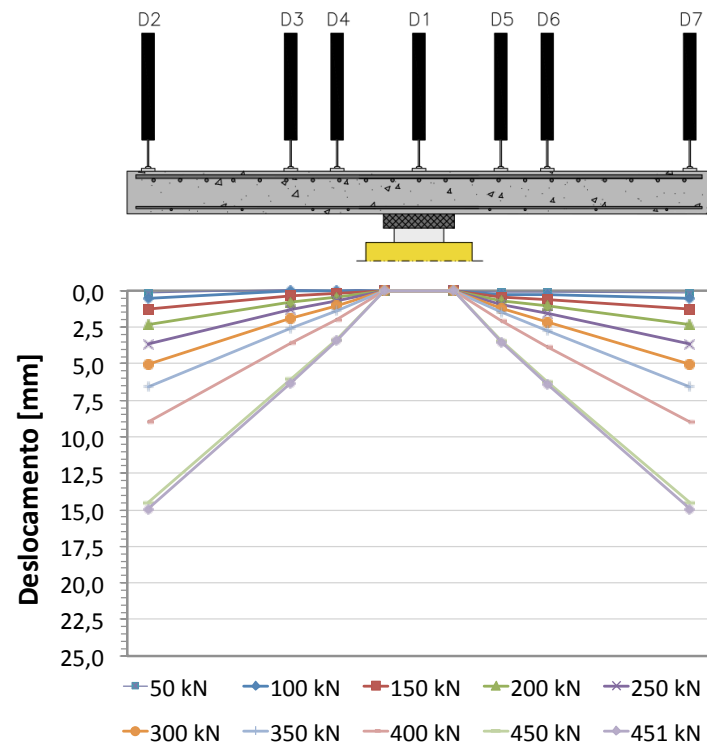


Figura 4.11: Deformadas no modelo ND3 para o alinhamento D2 e D7.

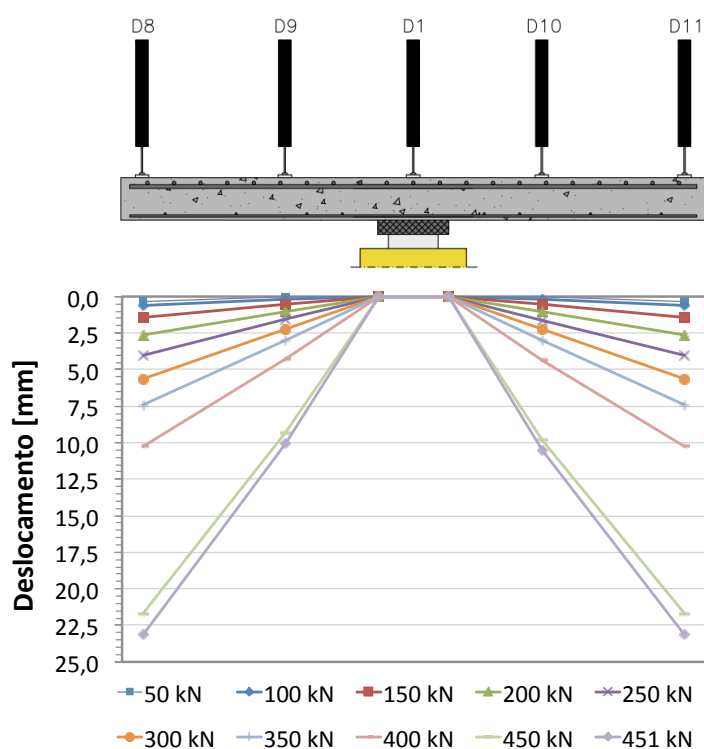


Figura 4.12: Deformadas no modelo ND3 para o alinhamento D8 e D11.

#### 4.2.1.5 Modelo ND4

A Figura 4.13 apresenta a evolução dos deslocamentos verticais do modelo ND4. Verifica-se que para o mesmo patamar de carga de 289 kN, o deslocamento máximo passa de 7.1 mm no modelo ND0 para 5.0 mm no modelo ND4. Neste modelo constata-se que o final da primeira fase da resposta da laje termina para uma carga aplicada de cerca de 70 kN, enquanto que a terceira fase inicia-se para uma carga de cerca de 160 kN. Como já foi visto no modelo ND3, os modelos com plastificante apresentam muita baixa rigidez para cargas próximas da rotura, mostrando ter bastante ductilidade. Neste modelo ND4 registou-se um deslocamento máximo de aproximadamente 19.7 mm, medido a 765 mm do centro da laje na direcção com menor altura útil. Nas Figuras 4.14 e 4.15 é possível observar o aspecto do perfil transversal dos deslocamentos no modelo ND4.

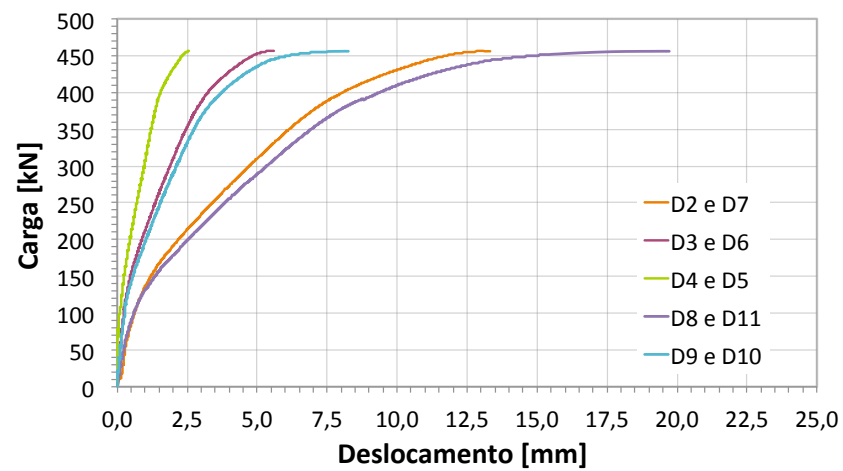


Figura 4.13: Evolução dos deslocamentos verticais com a carga vertical para o modelo ND4.

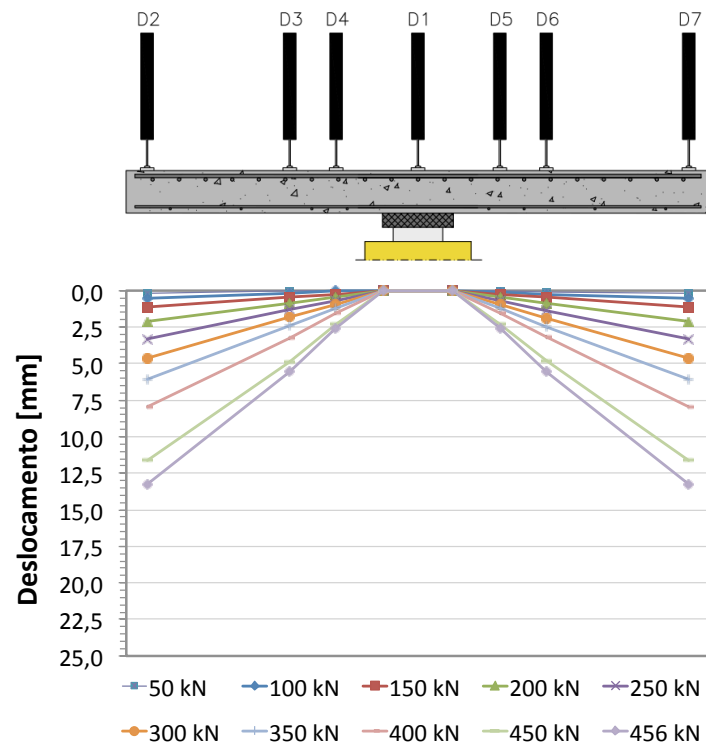


Figura 4.14: Deformadas no modelo ND4 para o alinhamento D2 e D7.

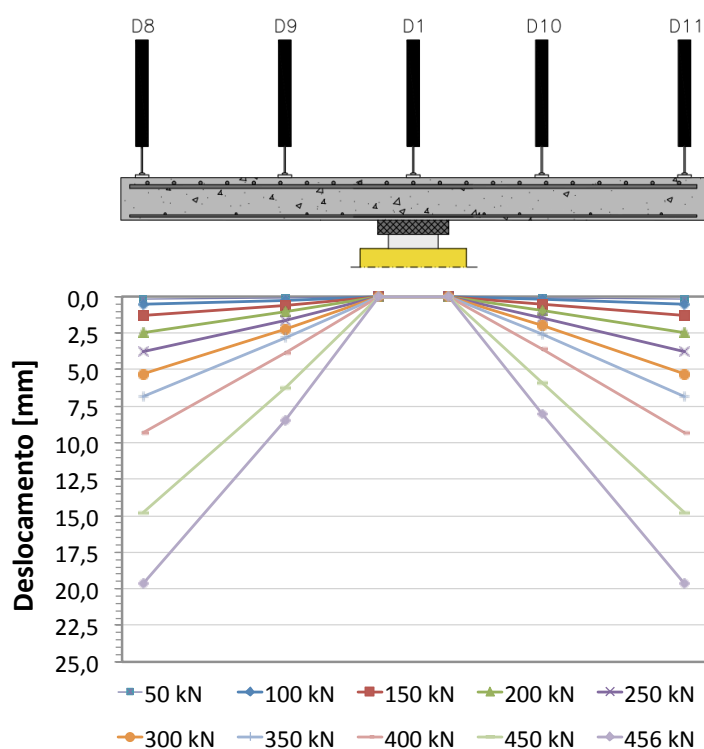


Figura 4.15: Deformadas no modelo ND4 para o alinhamento D8 e D11.

#### 4.2.1.6 Modelo ND5

A Figura 4.16 apresenta a evolução dos deslocamentos verticais do modelo ND5. Este modelo com 1.25% de fibras e com plastificante apresenta um deslocamento máximo de 4.6 mm para um patamar de carga de 289 kN, enquanto o modelo ND0 apresentava um deslocamento máximo de 7.1 mm. Neste modelo, à semelhança de todos os outros modelos, constata-se que a primeira fase da resposta da laje é praticamente linear, terminando com uma carga aplicada de cerca de 70 kN. A terceira fase inicia-se para uma carga de cerca de 160 kN, à semelhança dos modelos ND0, ND3 e ND4. O deslocamento máximo registado antes da rotura da laje foi de aproximadamente 19.5 mm, a 765 mm do centro da laje na direcção com menor altura útil. Nas Figura 4.17 e 4.18 é possível observar o aspecto do perfil transversal dos deslocamentos no modelo ND5.



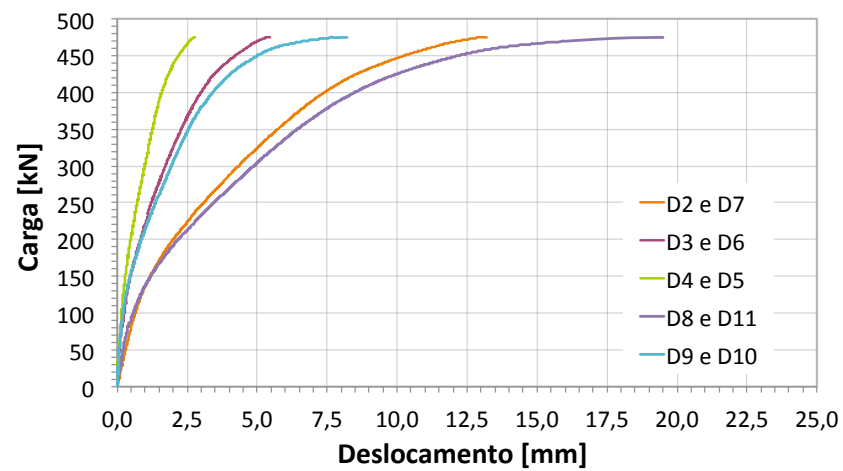


Figura 4.16: Evolução dos deslocamentos verticais com a carga vertical para o modelo ND5.

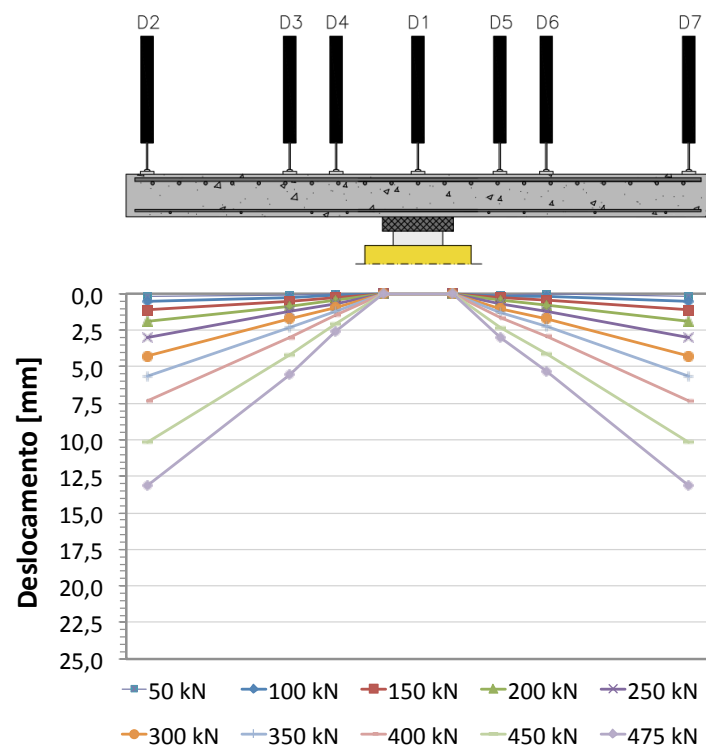


Figura 4.17: Deformadas no modelo ND5 para o alinhamento D2 e D7.

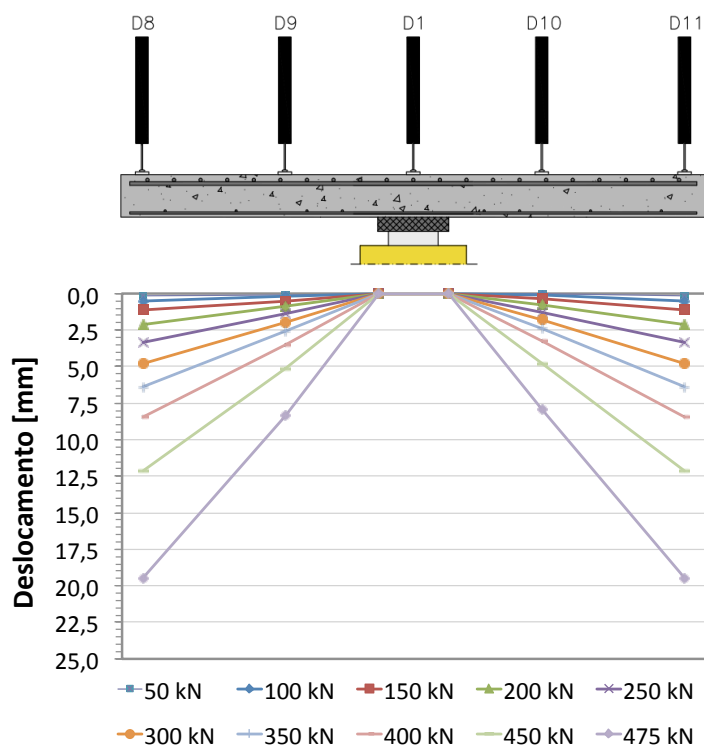


Figura 4.18: Deformadas no modelo ND5 para o alinhamento D8 e D11.

#### 4.2.1.7 Considerações finais

Na Figura 4.19 é apresentada a evolução dos deslocamentos verticais relativos<sup>1</sup> em função da carga vertical (V), para todos os modelos.

<sup>1</sup>Deslocamentos medidos na linha de momentos nulos relativamente à face do “pilar”, na direcção de menor altura útil (D8-D11).

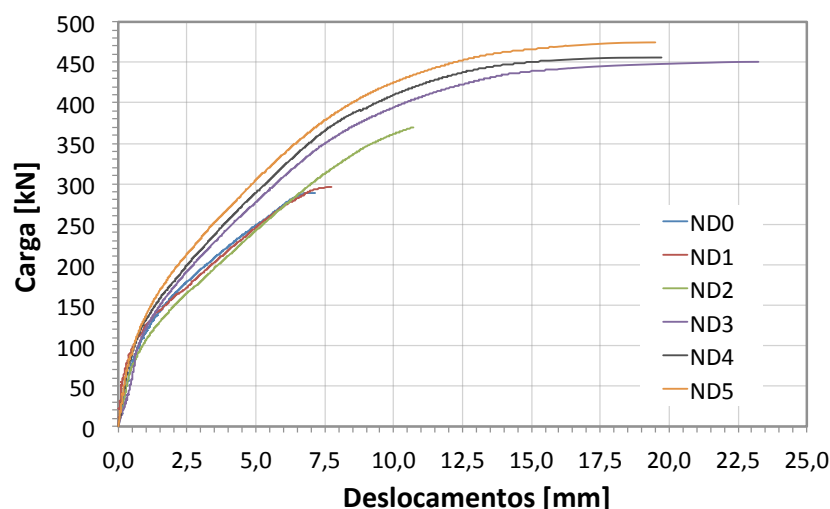


Figura 4.19: Evolução dos deslocamentos verticais relativos (D8-D11) com a carga vertical em todos modelos.

Por observação à Figura 4.19 verifica-se que, em todos os modelos ensaiados, a primeira fase é praticamente linear, terminando sempre para uma carga aplicada de cerca de 70 kN. Constata-se que os modelos ND3, ND4 e ND5 apresentam maior rigidez quando comparados com os restantes modelos, apresentado também mais ductilidade para cargas próximas da rotura.

Comparando os dois modelos com 0.75% de fibras adicionadas ao betão, ou seja, modelos ND2 e ND3, sem e com plastificante, respectivamente, verifica-se que a adição do plastificante fez com que o modelo ND3 apresenta-se um comportamento mais rígido, mais dúctil para cargas próximas da rotura e uma maior capacidade de carga.

Por observação às Figuras 4.8, 4.14 e 4.17, respectivas às deformadas nos modelos ND2, ND4 e ND5 para o alinhamento D2 e D7, verifica-se que para cargas próximas da rotura existe uma ligeira descontinuidade na inclinação da superfície de rotura, na zona entre a face do “pilar” e  $2.5d$ , podendo evidenciar o início da formação do cone de punçoamento entre esse intervalo. Nos perfis transversais dos modelos ND0, ND1 e ND3 para o alinhamento D2 e D7, não se verifica o mesmo acontecimento.

Como observação final à análise da evolução dos deslocamentos medidos durante os ensaios, realça-se o facto de todos os modelos com fibras

apresentarem um aumento na ductilidade, uma vez que estes permitiram alcançar maiores deformações na rotura do que o modelo padrão ND0, sendo um aumento significativo nos modelos ND3, ND4 e ND5.

#### 4.2.2 Extensões na Armadura Longitudinal Superior

Nesta secção é apresentada e analisada a evolução das extensões na armadura longitudinal superior dos modelos ensaiados. Os extensómetros foram colocados nos varões da armadura longitudinal superior com maior altura útil em cada modelo<sup>2</sup> e permitiram a recolha de dados acerca da evolução das extensões nos quatro varões instrumentados. Em cada varão instrumentado foram colocados dois extensómetros em posição diametralmente oposta. O afastamento entre varões instrumentados foi de cerca de 225 mm no modelo ND0 (Figura 4.20) e de cerca de 150 mm nos restantes modelos (Figura 4.21).

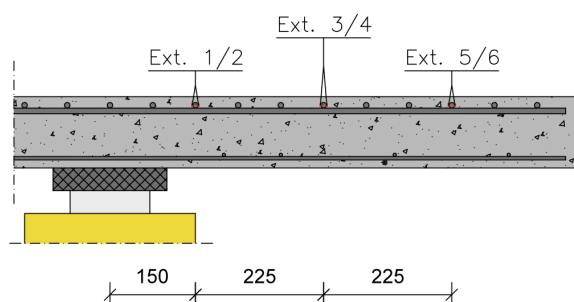


Figura 4.20: Disposição dos extensómetros na armadura longitudinal superior no modelo ND0 (desenho sem escala e dimensões em mm).

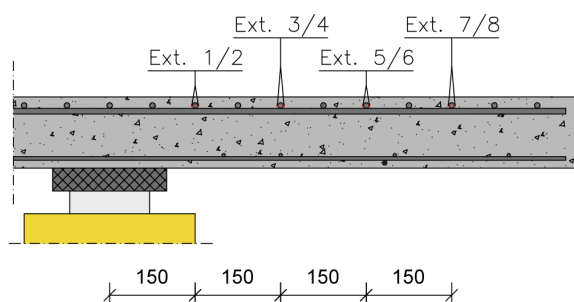


Figura 4.21: Disposição dos extensómetros na armadura longitudinal superior nos modelos ND1, ND2, ND3, ND4 e ND5 (desenho sem escala e dimensões em mm).

<sup>2</sup>seis extensómetros no modelo ND0 e oito extensómetros nos modelos ND1, ND2, ND3, ND4 e ND5.

Na análise que se segue, os valores das extensões correspondem à média das extensões lidas no par de extensômetros de cada varão. Para todos os modelos foram elaborados gráficos com a evolução das extensões em função da carga vertical e com a distribuição transversal de extensões para vários patamares de carga.

Admitiu-se uma extensão de cedência para o aço utilizado nestes modelos de 2.6 ‰ (tendo em conta a tensão de cedência do aço laminado a quente, indicada na Tabela 3.5 e considerando um módulo de elasticidade do aço de 200 GPa).

#### 4.2.2.1 Modelo ND0

Neste modelo ND0, a disposição dos extensômetros na armadura longitudinal superior foi diferente da apresentada na Secção 3.4. A diferença para os outros modelos reside essencialmente na distância ao centro da laje dos pares de extensômetros (Ext. 3/4) e (Ext. 5/6), afastados de 375 mm e de 600 mm, respectivamente, enquanto nos restantes modelos estão afastados de 300 mm e de 450 mm, respectivamente.

Apresentam-se na Figura 4.22 os resultados da evolução da extensão da armadura longitudinal no modelo ND0.

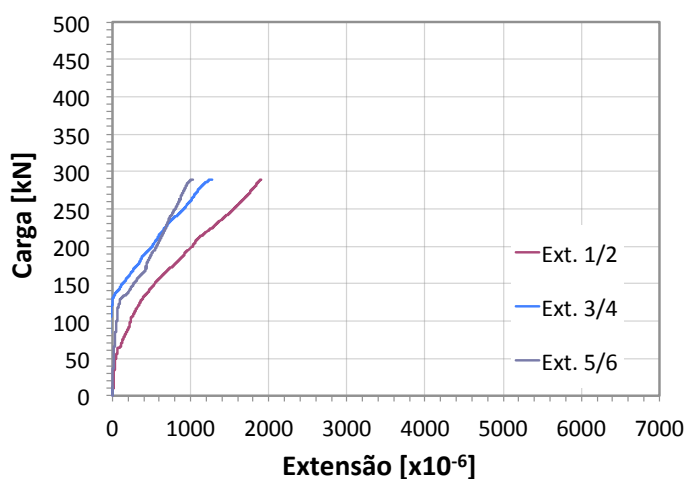


Figura 4.22: Evolução das extensões no modelo ND0.

Observa-se que a extensão aumenta com o incremento da carga vertical aplicada, constatando-se que nenhum dos varões entrou em cedência. Verifica-se

um comportamento típico de uma laje sujeita a uma carga concentrada, ou seja, inicialmente o comportamento é aproximadamente linear, até que se começa a verificar o início da fendilhação, denotado por uma menor inclinação do gráfico das extensões (diminuição da rigidez do modelo) em função da carga (Figura 4.22).

A distribuição transversal de extensões (Figura 4.23) mostra que os valores máximos das extensões ocorrem junto ao “pilar”, onde os momentos flectores são maiores, como é expectável.

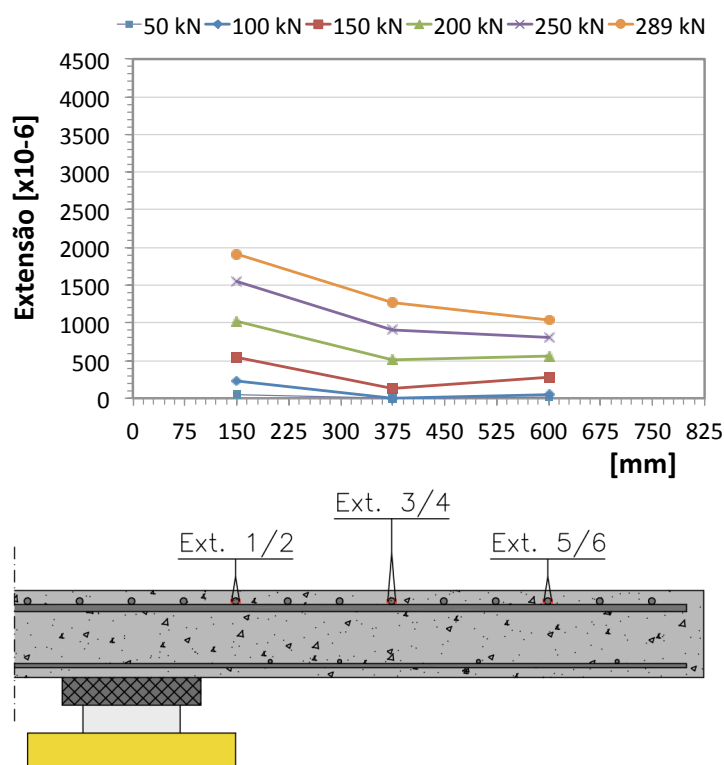


Figura 4.23: Distribuição transversal das extensões no modelo ND0.

#### 4.2.2.2 Modelo ND1

Apresentam-se nas Figuras 4.24 e 4.25 os resultados da evolução e da distribuição transversal das extensões da armadura longitudinal, respectivamente, no modelo ND1.

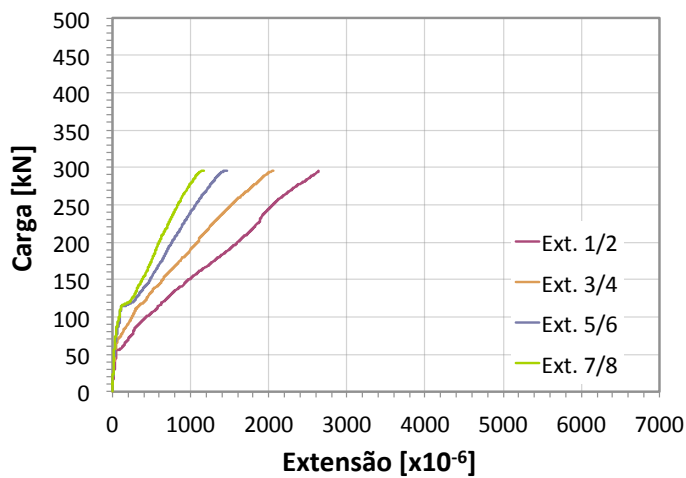


Figura 4.24: Evolução das extensões no modelo ND1.

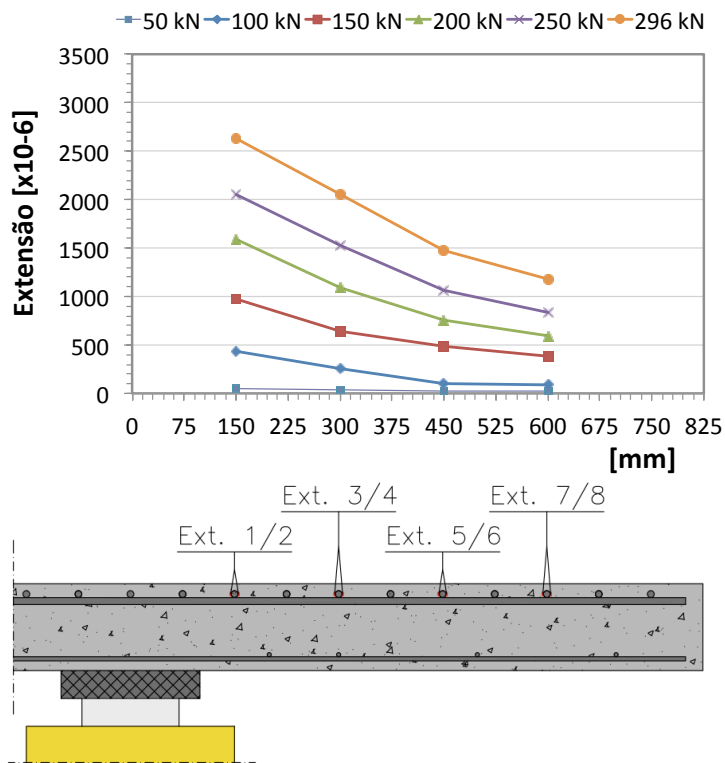


Figura 4.25: Distribuição transversal das extensões no modelo ND1.

Pela análise da evolução da extensão da armadura longitudinal na Figura 4.24, respectiva ao modelo ND1, verifica-se que o par (Ext. 1/2) é o primeiro a acusar o início da fendilhação na laje, constatando novamente um comportamento aproximadamente linear, até que se começa a verificar o início da fendilhação, demonstrada por uma diminuição da rigidez do modelo em função da carga. Verifica-se que só um dos varões instrumentados, o mais próximo do “pilar”, atingiu a extensão de cedência para um patamar de carga de cerca de 292 kN.

Em relação à distribuição transversal de extensões (Figura 4.25), verifica-se um aumento das extensões à medida que os varões estão mais próximos do “pilar”, uma vez que os momentos aumentam com a proximidade do “pilar”, solicitando mais os varões mais próximos deste.

#### 4.2.2.3 Modelo ND2

Na Figura 4.26 encontra-se a evolução das extensões na armadura longitudinal com o incremento da carga vertical para o modelo ND2.

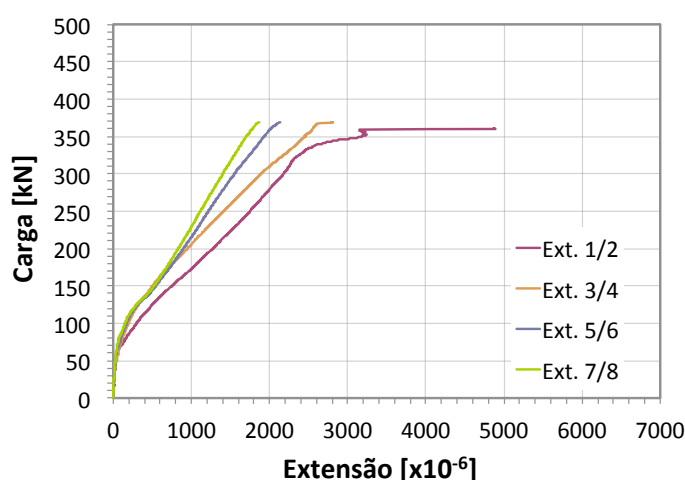


Figura 4.26: Evolução das extensões no modelo ND2.

Verifica-se que dois dos varões instrumentados, os mais próximos do “pilar”, atingiram a extensão de cedência, acontecendo para um patamar de carga de cerca de 339 kN para o varão com o par (Ext. 1/2) e cerca de 366 kN para o varão com o par (Ext. 3/4). No varão do par (Ext. 1/2) verifica-se, antes da rotura por punçoamento, um grande incremento das extensões, que foi originado pela



fendilhação da laje, acabando mesmo por deixar de ter leituras antes da rotura (Figura 4.26).

A distribuição transversal de extensões na armadura longitudinal do modelo ND2 é apresentada na Figura 4.27. Verifica-se, como era esperado, que os valores máximos de extensão ocorrem no varão mais próximo do “pilar”.

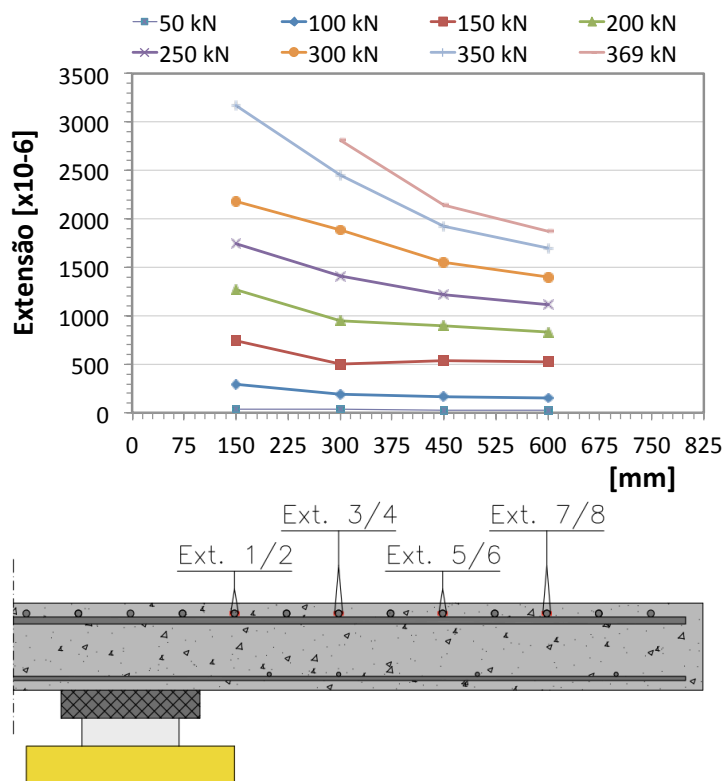


Figura 4.27: Distribuição transversal das extensões no modelo ND2.

#### 4.2.2.4 Modelo ND3

Apresentam-se nas Figuras 4.28 e 4.29 os resultados da evolução e da distribuição transversal das extensões da armadura longitudinal, respectivamente, no modelo ND3.

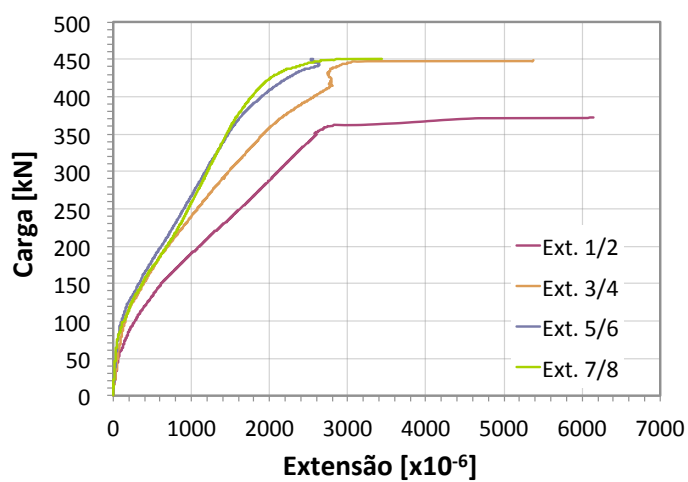


Figura 4.28: Evolução das extensões no modelo ND3.

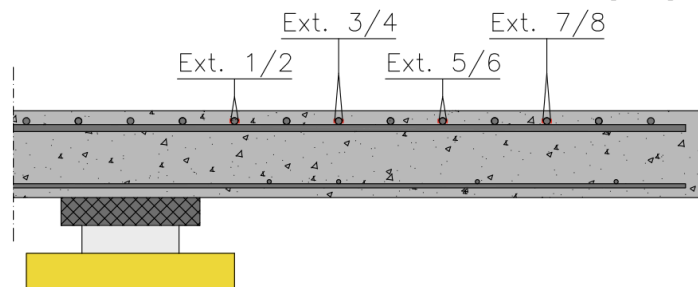
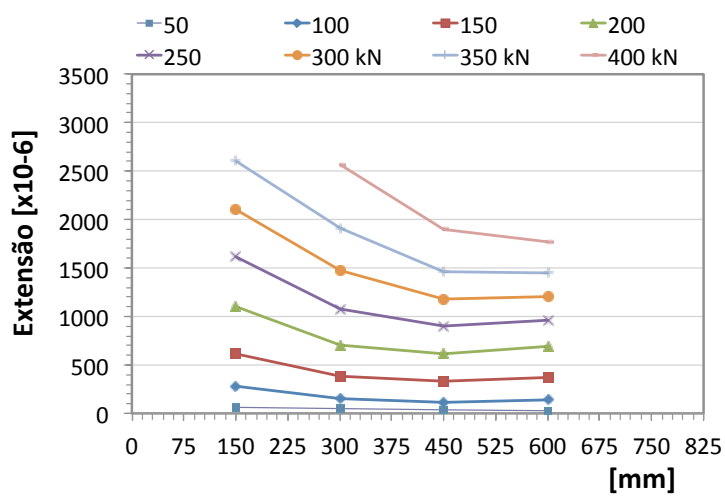


Figura 4.29: Distribuição transversal das extensões no modelo ND3.

O início da fendilhação é constatada pela perda de rigidez do modelo, através do par de extensômetros (Ext. 1/2). Os varões com os pares (Ext. 1/2), 3/4 (Ext. 3/4) e 7/8 (Ext. 7/8), atingem a extensão de cedência para uma carga aplicada de cerca de 350 kN, 402 kN e 447 kN, respectivamente. No varão do par (Ext. 1/2) verifica-se, muito antes da rotura por punçoamento, um grande incremento das extensões, acabando este por deixar de ter leituras. O varão do par (Ext. 3/4) também acabou por deixar de ter leituras.

Em relação à distribuição transversal de extensões (Figura 4.29), verifica-se novamente um aumento das extensões à medida que os varões estão mais próximos do “pilar”.

#### 4.2.2.5 Modelo ND4

A Figura 4.30 apresenta a evolução da extensão da armadura longitudinal superior até à rotura no modelo ND4.

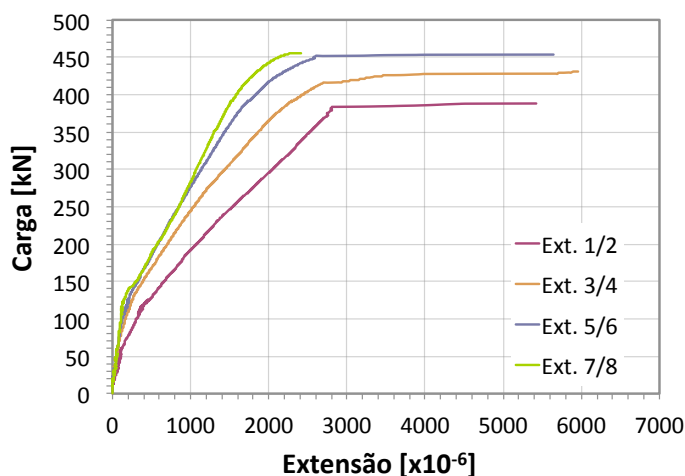


Figura 4.30: Evolução das extensões no modelo ND4.

O início da fendilhação é identificada pela perda de rigidez do modelo, verificada através do par de extensômetros mais próximo do “pilar” (Ext. 1/2). Os varões com os pares (Ext. 1/2), 3/4 (Ext. 3/4) e 5/6 (Ext. 5/6), atingem a extensão de cedência para uma carga aplicada de cerca de 358 kN, 410 kN e 451 kN, respectivamente. Verifica-se na rotura do modelo ND4 que o varão com o par (Ext. 7/8) está muito próximo da extensão de cedência. No varão do

par (Ext. 1/2) verificou-se, muito antes da rotura por punçoamento, um grande incremento das extensões, acabando este consequentemente por deixar de ter leituras. Um grande incremento das extensões dos varões e a perda de leitura dos extensómetros é também verificada para os varões dos pares (Ext. 3/4) e (Ext. 5/6), acontecendo por volta dos 430 kN para o par (Ext. 3/4) e um pouco antes da rotura para o par (Ext. 5/6).

A distribuição transversal de extensões na armadura longitudinal do modelo ND4 é apresentada na Figura 4.31. A distribuição transversal de extensões apresenta valores máximos no varão mais próximo do centro da laje, como é expectável e já verificado nos já analisados modelos.

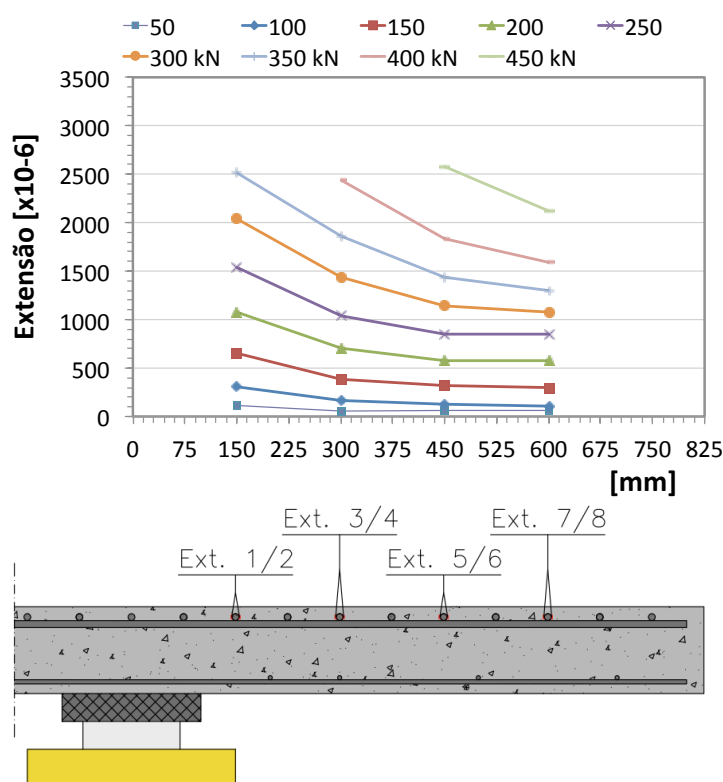


Figura 4.31: Distribuição transversal das extensões no modelo ND4.

#### 4.2.2.6 Modelo ND5

A Figura 4.32 apresenta a evolução da extensão da armadura longitudinal superior até à rotura no modelo ND5.

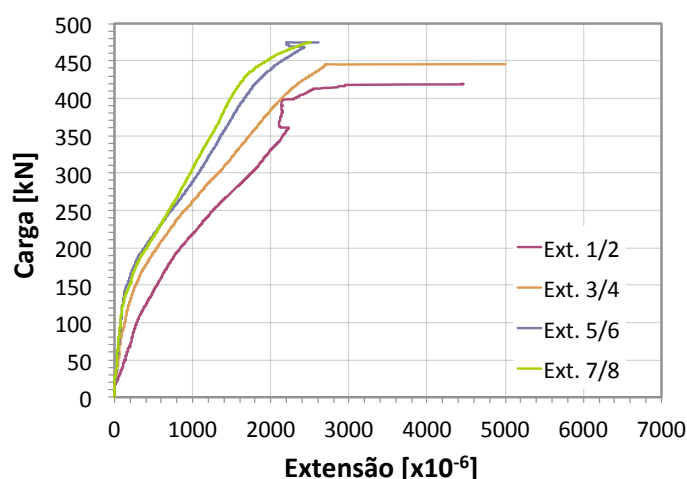


Figura 4.32: Evolução das extensões no modelo ND5.

Na observação à Figura 4.32, verifica-se que por volta dos 369 kN um dos extensómetros usados no varão mais próximo do “pilar” descolou apresentando valores muito inferiores ao outro, o qual permaneceu com valores coerentes com os restantes varões, ou seja, com tendência a aumentar de extensão até atingir a sua capacidade máxima (Figura 4.32). O descolamento do extensómetro causou a redução das extensões no par (Ext. 1/2) que se observa na Figura 4.32. Na vizinhança da rotura por punção da laje um dos extensómetros do par (Ext. 5/6) também descolou, causando a redução das extensões neste par. Os varões com os pares (Ext. 1/2), (Ext. 3/4) e (Ext. 5/6), atingem a extensão de cedência para uma carga aplicada de cerca de 413 kN, 437 kN e 475 kN, respectivamente. Verifica-se na rotura do modelo ND5 que o varão com o par (Ext. 7/8) apresenta-se muito próximo da extensão de cedência. No varão do par (Ext. 1/2) verificou-se, antes da rotura por punção, um grande incremento das extensões, acabando este por deixar de ter leituras (Figura 4.32). Um grande incremento das extensões dos varões e a perda de leitura dos extensómetros é também verificada para o varão do par (Ext. 3/4), acontecendo como é expectável, para cargas mais elevadas do que par (Ext. 1/2).

Em relação à distribuição transversal de extensões (Figura 4.33), verifica-se também um aumento das extensões à medida que os varões estão mais próximos do “pilar”, uma vez que os momentos aumentam com a proximidade do “pilar”,

solicitando mais os varões mais próximos deste, como era esperado e verificado em todos os modelos.

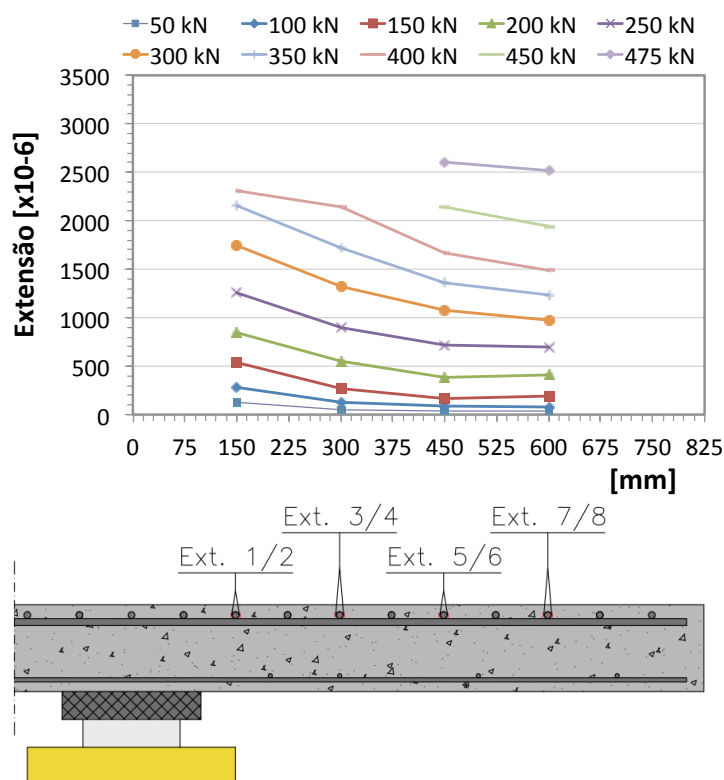


Figura 4.33: Distribuição transversal das extensões no modelo ND5.

#### 4.2.2.7 Considerações finais

Em geral, nos patamares iniciais do carregamento a variação das extensões com a carga vertical aplicada é sensivelmente linear. Na Tabela 4.1, apresentam-se as extensões médias obtidas nos varões da armadura longitudinal superior para vários patamares de carga aplicada (V). Os valores apresentados são a média das extensões registadas nos pares de extensómetros que estão abaixo da extensão de cedência do aço utilizado (2.6 ‰).

Tabela 4.1: Extensões médias registadas na armadura longitudinal superior ( $\times 10^{-3}$ ).

Modelo	V=175 kN	V=225 kN	V=275 kN	V=325 kN	V=375 kN	V=425 kN	V=475 kN
	(1)	(1)	(1)	(1)	(2)	(3)	(4)
ND0 <sup>(‡)</sup>	0.6	1.0	1.3	-	-	-	-
ND1	0.8	1.2	1.6	-	-	-	-
ND2	0.8	1.2	1.6	2.0	-	-	-
ND3	0.6	1.0	1.3	1.7	1.8	2.1	-
ND4	0.6	0.9	1.2	1.6	1.7	1.9	-
ND5	0.4	0.7	1.1	1.5	1.6 <sup>(*)</sup>	1.7 <sup>(†)</sup>	2.5

(1) extensões médias registadas nos quatro pares de extensómetros utilizados, (Ext. 1/2), (Ext. 3/4), (Ext. 5/6) e (Ext. 7/8);

(2) extensões médias registadas nos três pares de extensómetros (Ext. 3/4), (Ext. 5/6) e (Ext. 7/8);

(3) extensões médias registadas nos dois pares de extensómetros (Ext. 5/6) e (Ext. 7/8);

(4) extensão registada no par de extensómetros (Ext. 7/8);

(‡) neste modelo ND0 foram utilizados para o cálculo da extensão média os três pares de extensómetros existentes;

(\*) para comparação com os outros modelos, não se utilizou para o cálculo da extensão média o par de extensómetros (Ext. 1/2), pois os outros modelos, neste patamar de carga, apresentam este varão em cedência;

(†) para comparação com os outros modelos, não se utilizou para o cálculo da extensão média os pares de extensómetros (Ext. 1/2) e (Ext. 3/4), pois os outros modelos, para este patamar de carga, apresentam estes varões em cedência;

Pela análise à Tabela 4.1, verifica-se que existiu um aumento das extensões médias das armaduras quando se compara os modelos ND1 e ND2 com o modelo ND0. No caso do modelo ND3, constata-se que as extensões médias são semelhantes às do modelo ND0. Em relação aos modelos ND4 e ND5 e comparando com o modelo ND0, verifica-se um ligeiro decréscimo das extensões médias das armaduras. Comparando os modelos ND1 e ND2<sup>3</sup> por não terem plastificante adicionado no betão, verifica-se que têm extensões médias semelhantes. Em relação aos modelos ND3, ND4 e ND5<sup>4</sup>, comparando-os por terem plastificante adicionado ao betão, constata-se uma ligeira diminuição das extensões médias com o aumento do volume de fibras. Comparando os modelos com fibras, verifica-se com o aumento da percentagem volumétrica de fibras adicionadas ao betão, existe um decréscimo das extensões médias das armaduras.

Conclui-se, pelo número de varões instrumentados em cedência, que os modelos ND3, ND4 e ND5 estavam próximo de atingir a rotura por flexão.

<sup>3</sup>modelos com fibras adicionadas ao betão sem plastificante;

<sup>4</sup>modelos com fibras e plastificante adicionado ao betão;

### 4.2.3 Excentricidade da Carga

É apresentada e analisada nesta secção a excentricidade da carga verificada nos modelos ensaiados. A diferença de carga nas células de carga conduz a uma distribuição de tensões de corte não uniforme ao longo do perímetro de controle, influenciando a resistência ao punçoamento da laje. A excentricidade é dada por  $M_i/V$  nos eixos ortogonais, respectivamente, sendo  $M_i$  o momento na direcção  $i$  e  $V$  a carga total no “pilar”.

Tal como foi apresentado na Secção 3.4, as quatro células de carga colocadas no modelo permitiram a recolha de dados acerca da evolução da carga vertical. A disposição em planta das células de carga dos modelos pode ser observada na Figura 4.34.

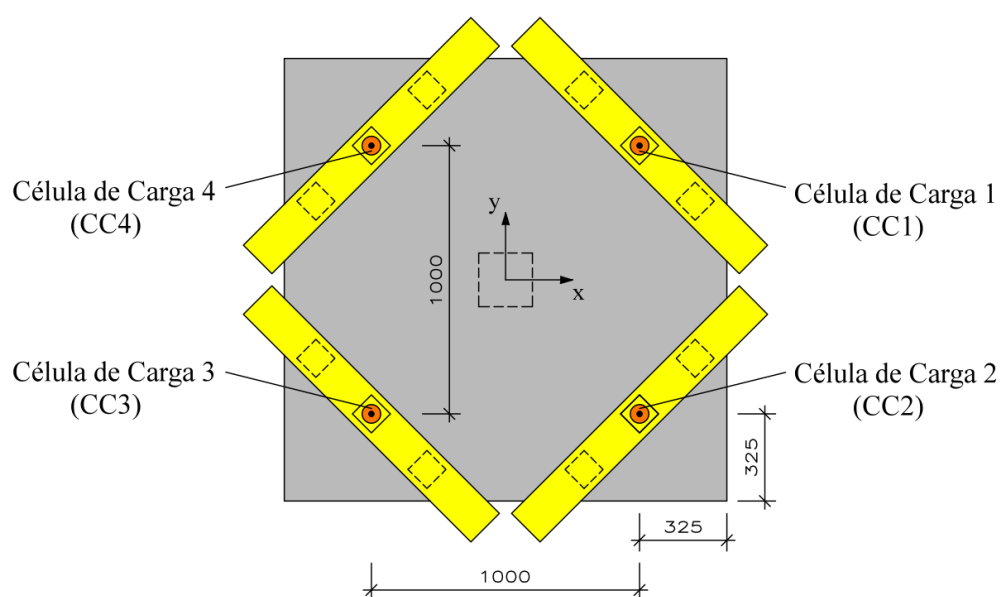


Figura 4.34: Disposição em planta das células de carga dos modelos (desenho sem escala e dimensões em mm).

Para todos os modelos foram elaborados gráficos com a evolução da carga em cada célula de carga, em função da carga vertical total.



#### 4.2.3.1 Modelo ND0

Apresentam-se na Figura 4.35 os resultados da evolução da carga em cada célula de carga, em função da carga vertical total no modelo ND0.

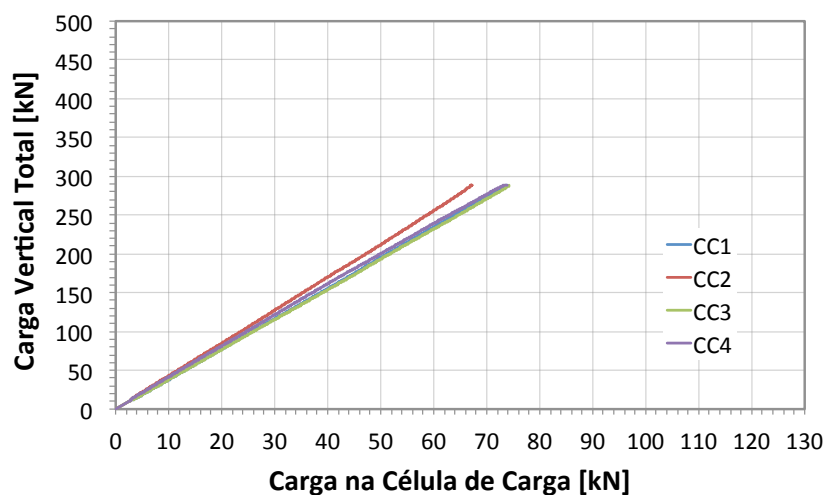


Figura 4.35: Evolução da carga em cada célula de carga em função da carga vertical total no modelo ND0.

Neste modelo verifica-se uma evolução linear da carga em todas as células de carga (Figura 4.35). Na capacidade máxima de carga deste modelo verifica-se semelhantes cargas nas células CC1, CC3 e CC4, e menos cerca de 6 kN na célula CC2. A excentricidade da carga máxima é de cerca de 11.8 mm na direcção x e 10.9 mm na direcção y, para o modelo ND0.

#### 4.2.3.2 Modelo ND1

Na Figura 4.36 são apresentados os resultados da evolução da carga em cada célula de carga, em função da carga vertical total no modelo ND1.

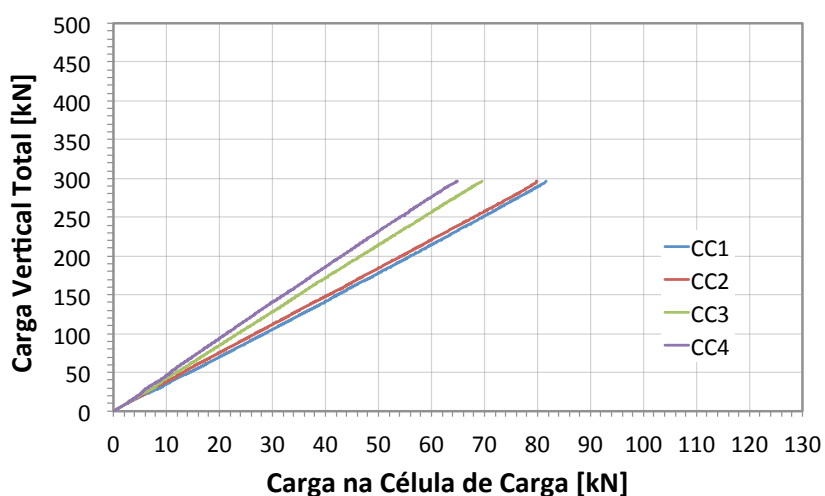


Figura 4.36: Evolução da carga em cada célula de carga em função da carga vertical total no modelo ND1.

Por observação à Figura 4.36, verifica-se uma evolução da carga praticamente linear para todas as células de carga ao longo do carregamento. Na carga máxima do modelo ND1, as células CC1 e CC2 apresentam uma carga de cerca de 80 kN e 82 kN, respectivamente, enquanto que as restantes células de carga apresentam cargas mais baixas, em média, menos 14% para a célula CC3 e 20% para a célula CC4, gerando uma excentricidade da carga de cerca de 45.4 mm na direcção x e 4.9 mm na direcção y.

#### 4.2.3.3 Modelo ND2

Os resultados da evolução da carga em cada célula de carga, em função da carga vertical total no modelo ND2 são apresentados na Figura 4.37.

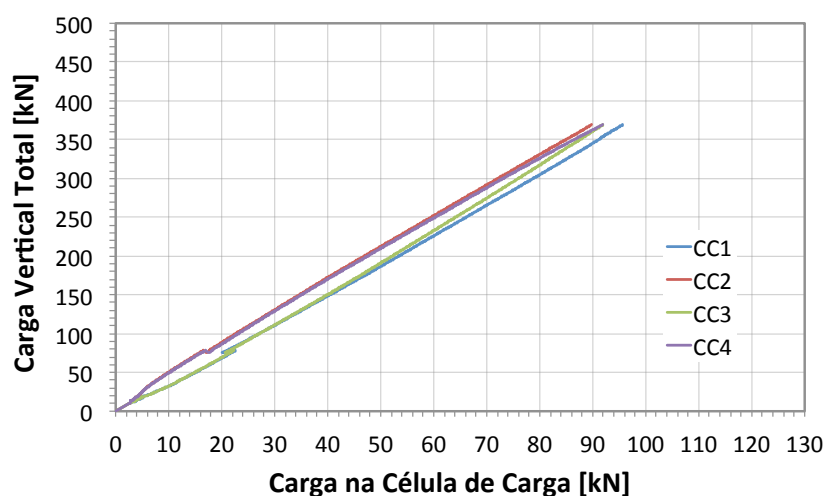


Figura 4.37: Evolução da carga em cada célula de carga em função da carga vertical total no modelo ND2.

Em análise à Figura 4.37, verifica-se que por volta dos 20 kN de carga vertical total (CVT), inicia-se um afastamento entre a carga medida nas células de carga. Aos 75 kN de CVT observa-se uma descontinuidade na evolução da carga, que foi provocada pela cravação das cunhas nos cordões que fixam a laje e que resultou na aproximação da carga entre o par CC1/CC3 e CC2/CC4. Note-se que até aos 150 kN de CVT não se verifica praticamente excentricidade em nenhuma direcção ortogonal, devido ao facto dos momentos originados pela excentricidade da carga, nessas duas direcções, serem aproximadamente nulos. Quando se atinge a capacidade máxima do modelo verifica-se uma diferença de carga entre as células CC1 e CC3 e também entre as células CC2 e CC4 de aproximadamente 4 kN e 2 kN, respectivamente, sendo a carga da célula CC3 idêntica à da célula CC4. Esta diferença de carga nas células origina uma excentricidade da carga de cerca de 2.1 mm na direcção x e 8.1 mm na direcção y.

#### 4.2.3.4 Modelo ND3

Apresentam-se na Figura 4.38 os resultados da evolução da carga em cada célula de carga, em função da carga vertical total no modelo ND3.

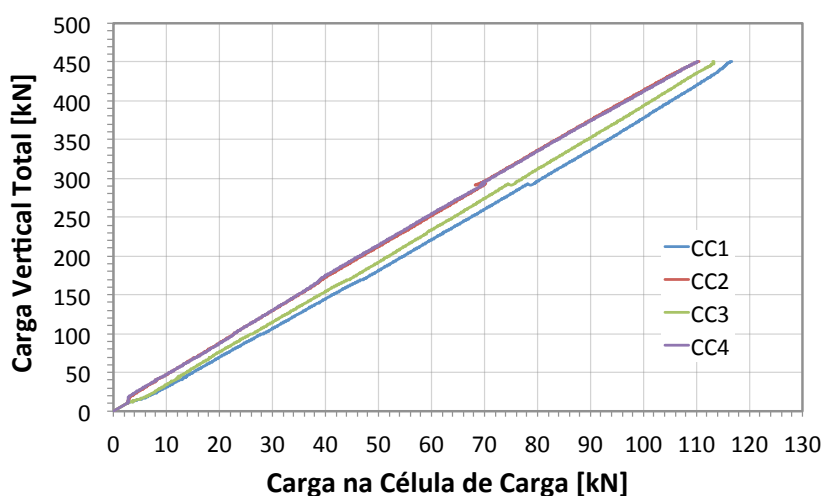


Figura 4.38: Evolução da carga em cada célula de carga em função da carga vertical total no modelo ND3.

No modelo ND3 verifica-se, em geral, uma evolução linear da carga em todas as células de carga até à rotura (Figura 4.38), com a exceção de três descontinuidades presentes ao longo do carregamento. Tal como foi sucedido no modelo ND2, as descontinuidades na evolução da carga foram provocadas pela cravação das cunhas nos cordões que fixam a laje e que neste modelo ND3 resultou, nas três cravações, no incremento da diferença de carga entre o par CC1/CC3 e o par CC2/CC4. Na capacidade máxima de carga deste modelo verifica-se semelhante carga nas células CC2 e CC4 de cerca de 110 kN, apresentado as células CC1 e CC3 mais 6 kN e 3 kN, respectivamente. A excentricidade da carga do modelo ND3 na carga máxima é de cerca de 4.1 mm na direcção x e 3.7 mm na direcção y.

#### 4.2.3.5 Modelo ND4

Na Figura 4.39 são apresentados os resultados da evolução da carga em cada célula de carga, em função da carga vertical total no modelo ND4.

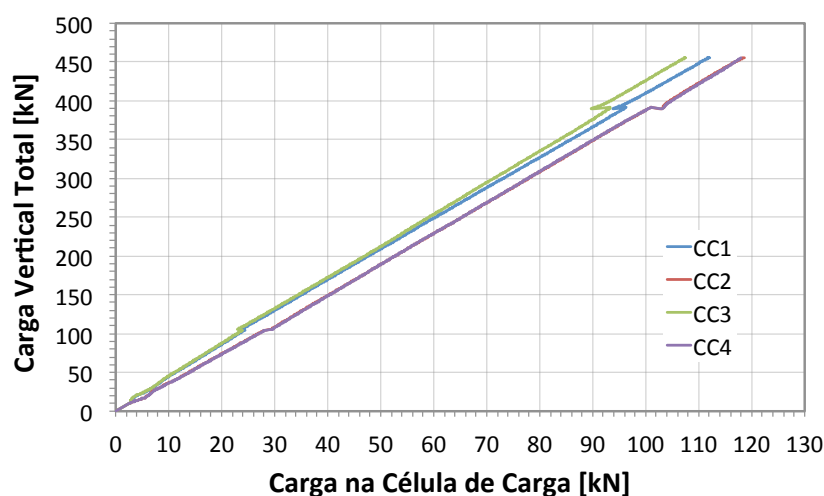


Figura 4.39: Evolução da carga em cada célula de carga em função da carga vertical total no modelo ND4.

Por observação à Figura 4.39, verifica-se em geral, uma evolução linear da carga vertical total, existindo como no modelo ND3, três descontinuidades ao longo do carregamento. Na carga máxima do modelo ND4, as células CC2 e CC4 apresentam uma carga semelhante de cerca de 118 kN, e mais elevada que as restantes células de carga, atingindo em média, mais 5% em relação à célula CC3 e 9% em relação a célula CC4. Esta diferença de carga nas células de carga gera uma excentricidade de cerca de 5.7 mm na direcção x e 4.7 mm na direcção y.

#### 4.2.3.6 Modelo ND5

Os resultados da evolução da carga em cada célula de carga, em função da carga vertical total no modelo ND5 são apresentados na Figura 4.40.

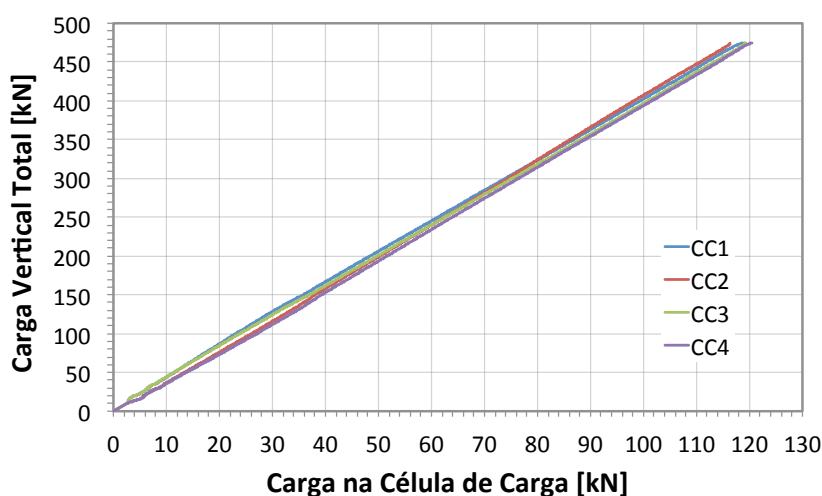


Figura 4.40: Evolução da carga em cada célula de carga em função da carga vertical total no modelo ND5.

Por observação à Figura 4.40, verifica-se que na fase inicial do carregamento existe uma ligeira perturbação na evolução da carga devido ao equilíbrio de forças nas células de carga, que depois por cerca de 40 kN de CVT é eliminada. Na capacidade máxima de carga do modelo ND5, atinge-se uma carga de cerca de 120 kN na célula CC4, 118 kN nas células CC1 e CC3, e 116 kN na célula CC2. Devido a estas diferenças de carga nas células de carga, verifica-se uma excentricidade de cerca de 4.9 mm na direcção x e 4.1 mm na direcção y.

#### 4.2.3.7 Considerações finais

Na Tabela 4.2, apresenta-se a excentricidade na capacidade máxima de carga de cada modelo, em cada direcção ortogonal.

Tabela 4.2: Excentricidade da carga de rotura dos modelos.

Modelo	$V_{exp}^{(1)}$ [kN]	Excentricidade na direcção x [mm]	Excentricidade na direcção y [mm]
ND0	289	11.8	10.9
ND1	296	45.4	4.9
ND2	369	2.1	8.1
ND3	451	4.1	3.7
ND4	456	5.7	4.7
ND5	475	4.9	4.1

<sup>(1)</sup> carga de rotura experimental;

Por observação da Tabela 4.2, verifica-se que as excentricidades são relativamente baixas, excepto no modelo ND1 que apresenta uma excentricidade na direcção  $x$  mais elevada em comparação com os restantes modelos. As excentricidades verificadas nos modelos têm influência nas cargas experimentais obtidas, sendo que no modelo ND1 terá ainda mais influência. Na Secção 2.3, é apresentada a formulação existente na norma NP EN 1992-1-1 [30] e no *fib* MC2010 [15] para ter-se em consideração o efeito da excentricidade da carga, no cálculo da capacidade de carga ao punçoamento. Assim, nas próximas secções, será tido em conta este efeito de acordo com os referidos documentos.

### 4.3 Efeito do Betão com Fibras na Capacidade de Carga

Pretende-se analisar nesta secção qual o efeito do BRFA na capacidade de carga ao punçoamento, com base nos resultados obtidos nos ensaios.

É importante referir que todos os modelos ensaiados apresentaram uma rotura por punçoamento junto ao “pilar” central. A rotura por punçoamento é caracterizada por uma superfície de rotura que se desenvolve em forma de tronco de pirâmide invertida desde a face inferior até à face superior da laje e que intersecta a face inferior numa linha coincidente com o perímetro do pilar, destacando-se parcialmente da restante parte da laje.

Para a análise e comparação das cargas de rotura obtidas nos modelos com fibras em relação ao de referência, dividiu-se as cargas experimentais, afectadas pelo efeito da excentricidade, pela resistência do modelo de referência calculada de acordo com a NP 1992-1-1 [30], por forma a isolar o efeito das fibras e do plastificante, e usou-se os valores médios para a resistência à compressão do betão e desprezou-se a limitação do factor  $k$ . Note-se que a altura útil e a percentagem de armadura longitudinal foram idênticas em todos os modelos.

Segundo a NP EN 1992-1-1 [30], a expressão que permite calcular o valor resistente ao punçoamento sem armaduras específicas e considerando os valores

médios das características dos materiais ( $V_{Rm}$ ), é a Exp. (4.1).

$$V_{Rm} = \left( 0.18 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{cm})^{1/3} + 0.1 \cdot \sigma_{cp} \right) \cdot u \cdot d \quad (4.1)$$

em que:

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2.0 \quad (d \text{ em mm}) \quad (4.2)$$

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{lx} \cdot \rho_{ly}} \leq 0.02 \quad (4.3)$$

$$\sigma_{cp} = \frac{\sigma_{cx} + \sigma_{cy}}{2} \quad (4.4)$$

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} \quad (4.5)$$

- $f_{cm}$  é o valor médio da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias em provetes cilíndricos (150x300 mm<sup>2</sup>) (MPa);
- $u$  representa o perímetro de controlo indicado na Figura 4.41;
- $d$  representa a média entre as alturas úteis das armaduras longitudinais superiores, na direcção x e y ( $d_x$  e  $d_y$ );
- $\rho_{lx}$  e  $\rho_{ly}$  são as taxas geométricas de armadura de tracção aderentes na direcção x e y, respectivamente, devendo ser calculadas como valores médios numa largura de laje igual à largura do pilar acrescida de  $3d$  para cada lado;
- $\sigma_{cx}$  e  $\sigma_{cy}$  são as tensões de compressão no betão nas direcções x e y, respectivamente;

Note-se que não temos tensões normais no betão devido a acções exteriores ou de pré-esforço nos modelos de laje estudados.

A NP EN 1992-1-1 [30] considera um perímetro de controlo à distância de  $2d$  da face do pilar ou área carregada (Figura 4.41).

Quando a força de punção é excêntrica, o valor da carga axial de punção ( $V_{Ed,z}$ ), deverá ser multiplicada por um factor que tem em conta



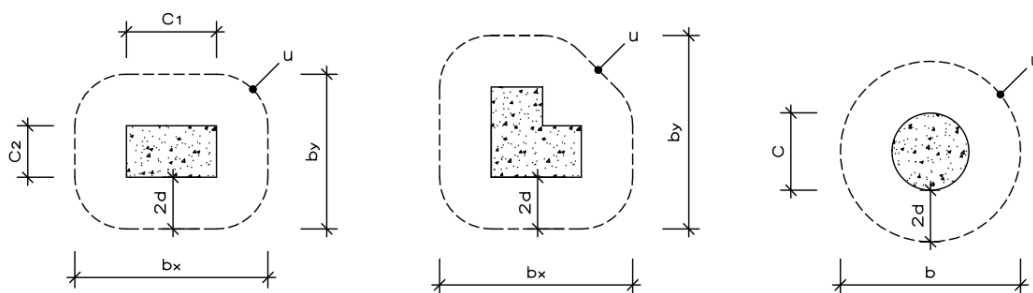


Figura 4.41: Perímetro de controlo segundo a NP EN 1992-1-1 [30].

o efeito dos momentos, ou seja, da excentricidade da força de punção. No caso de pilares centrados rectangulares o coeficiente  $\beta$  pode ser calculado pela Exp. (4.6):

$$\beta = 1 + 1.8 \cdot \sqrt{\left(\frac{e_x}{b_y}\right)^2 + \left(\frac{e_y}{b_x}\right)^2} \quad (4.6)$$

em que  $e_x$  e  $e_y$  representam as excentricidades  $M/V$  nos eixos  $x$  e  $y$ , respectivamente, apresentadas para cada modelo na Secção 4.2.3, e  $b_x$  e  $b_y$  representam as dimensões do perímetro de controlo (Figura 4.41).

Note-se que nos cálculos realizados não foi considerada a limitação imposta pela NP EN 1992-1-1 [30] ao coeficiente  $k$ .

A Tabela 4.3 apresenta o valor médio da tensão de rotura do betão à compressão em cilindros, o valor da carga de rotura experimental e do coeficiente  $\beta$  obtido para cada modelo. O quociente de  $\beta \cdot V_{exp}$  de cada modelo pelo valor obtido da Exp. (4.1) aplicada ao modelo de referência ( $V_{Rm,ND0} = 315$  kN), origina nos valores apresentados na sexta coluna da Tabela 4.3. Para que seja mais perceptível a melhoria na capacidade de carga promovida pelo BRFA em relação ao modelo de referência, apresenta-se na sétima coluna da Tabela 4.3, uma correcção dos valores da sexta coluna. Estes valores corrigidos correspondem a uma divisão dos valores obtidos na sexta coluna pelo valor obtido na mesma coluna para o modelo ND0.

Tabela 4.3: Aumento da capacidade de carga nos modelos ensaiados.

Modelo	$f_{cm}^{(1)}$ [MPa]	$V_{exp}^{(2)}$ [kN]	$\beta^{(3)}$	$\beta \cdot V_{exp}$ [kN]	$\beta \cdot V_{exp} / V_{Rm,ND0}^{(4)}$	Correcção <sup>(a)</sup> dos valores de <sup>(4)</sup>
ND0	35.9	289	1.05	303	0.96	1.00
ND1	33.8	296	1.13	335	1.07	1.11
ND2	31.8	369	1.02	378	1.20	1.25
ND3	46.2	451	1.02	458	1.46	1.51
ND4	45.8	456	1.02	466	1.48	1.54
ND5	44.5	475	1.02	484	1.54	1.60

<sup>(1)</sup> é o valor médio da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias em provetes cilíndricos (150x300 mm<sup>2</sup>) (MPa);

<sup>(2)</sup> carga de rotura experimental;

<sup>(3)</sup> factor que tem em conta o efeito da excentricidade da força de punção, segundo a NP EN 1992-1-1 [30];

<sup>(4)</sup> razão entre carga de rotura experimental afectada pelo efeito da excentricidade pelo valor obtido da Exp. 4.1 ( $V_{Rm}$ ) aplicada ao modelo de referência;

<sup>(a)</sup> correcção dos valores da sexta coluna em relação ao valor obtido na mesma coluna para o modelo ND0.

Na Figura 4.42 é apresentado graficamente os resultados obtidos para a capacidade de carga normalizada corrigida (eixo das ordenadas) para cada um dos modelos (eixo das abcissas).

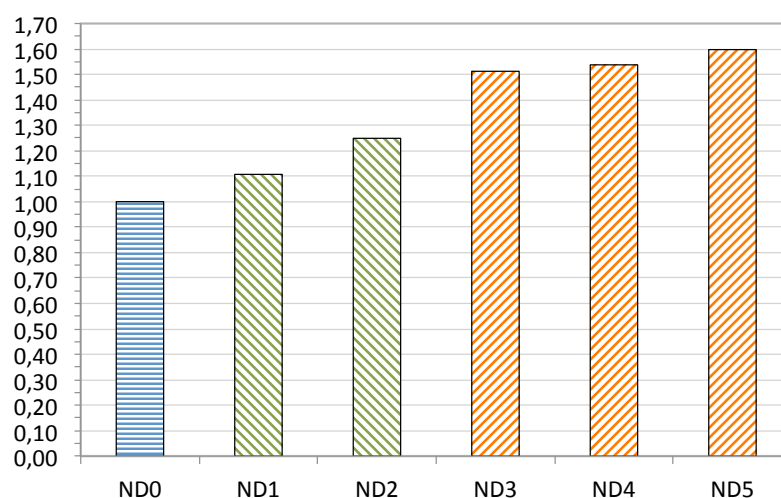


Figura 4.42: Capacidade de carga normalizada corrigida dos vários modelos.

Por observação à Figura 4.42, verifica-se uma melhoria dos valores obtidos pela relação anterior nos modelos com fibras relativamente ao modelo de referência, evidenciando o efeito positivo da adição de fibras no betão dos vários modelos no aumento da capacidade de carga ao punção. Como se previa, o factor

que tem em conta o efeito dos momentos, ou seja, da excentricidade da força de punção é mais elevada no modelo ND1, cerca de 13%, pois verificou-se na secção 4.2.3 que existia uma maior excentricidade neste modelo. Comparando os valores obtidos para os modelos ND1 e ND2 com o valor obtido para o modelo de referência ND0, verifica-se aumentos da capacidade de carga de 11% e 25%, respectivamente, enquanto se se comparar os valores obtidos nos modelos ND3, ND4 e ND5 também com o valor obtido no modelo referência ND0, verifica-se aumentos de 51%, 54% e 60%, respectivamente.

Quando se compara o valor de capacidade de carga normalizado do modelo ND3 com o valor do modelo ND2, verifica-se um aumento de cerca de 22% na capacidade de carga ao punção, devido à utilização de plastificante no modelo ND3.

## 4.4 Geometria das Superfícies de Rotura

Após ensaiados, todos os modelos de laje foram cortados transversalmente na linha média, em duas direcções ortogonais, sendo possível observar a forma da superfície de rotura.

Na Figura 4.43 é apresentado um esquema com o levantamento geométrico da inclinação da superfície de rotura.

Na Tabela 4.4, são apresentados os resultados dos levantamentos geométricos das inclinações da superfície de rotura realizados aos modelos de laje, seguindo o esquema apresentado na Figura 4.43.

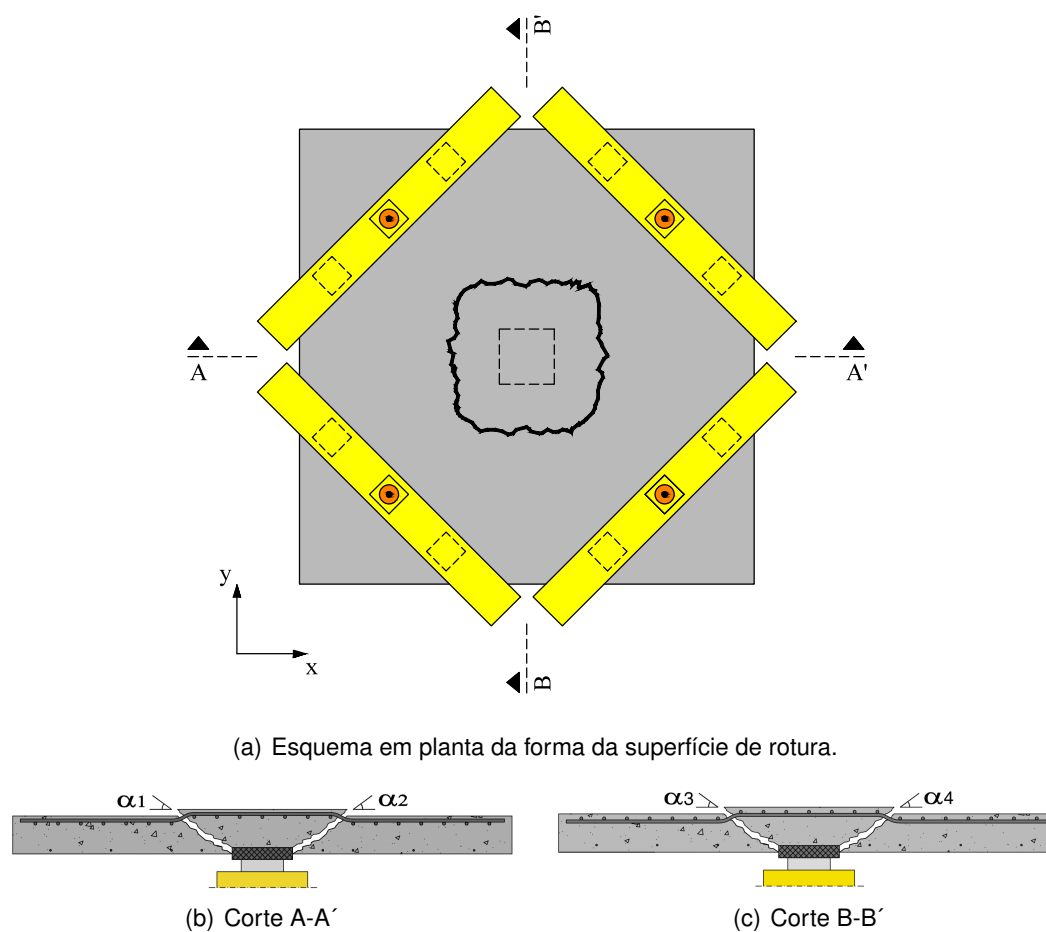


Figura 4.43: Esquema do levantamento geométrico da inclinação da superfície de rotura (desenhos sem escala).

Tabela 4.4: Inclinações da superfície de rotura com a horizontal.

Modelo	$\alpha_1$ (°)	$\alpha_2$ (°)	Valor Médio <sup>(1)</sup> (°)	$\alpha_3$ (°)	$\alpha_4$ (°)	Valor Médio <sup>(2)</sup> (°)	Valor Médio Global <sup>(3)</sup> (°)
ND0	20	34	27	34	16	25	26
ND1	36	40	38	30	38	34	36
ND2	24	33	29	34	25	29	29
ND3	37	38	38	19	32	25	31
ND4	35	35	35	31	28	30	32
ND5	27	45	36	30	27	29	32

<sup>(1)</sup> é o valor médio da inclinação da superfície de rotura, calculado com  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ ;

<sup>(2)</sup> é o valor médio da inclinação da superfície de rotura, calculado com  $\alpha_3$  e  $\alpha_4$ ;

<sup>(3)</sup> é o valor médio global da inclinação da superfície de rotura, calculado com  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  e  $\alpha_4$ ;

Pela análise da Tabela 4.4, verifica-se que os modelos com fibras apresentam uma superfície de rotura com inclinação média global superior ao modelo de referência. Conclui-se que em média, a inclinação global da superfície de rotura dos modelos com fibras é de  $32^\circ$ , enquanto no modelo de referência é de  $26^\circ$ .

Constata-se que nos modelos com fibras a inclinação média global da superfície de rotura é quase idêntica, verificando-se essa tendência para os modelos ND2, ND3, ND4, ND5, excepto no modelo ND1, que apresenta a mais elevada inclinação global da superfície de rotura e que contém o mais baixo volume percentual de fibras dos modelos com fibras. Esta maior inclinação global da superfície de rotura em relação aos outros modelos deverá estar associada ao facto de no modelo ND1 ter-se observado uma maior excentricidade da carga do que nos outros modelos.

Verifica-se, na generalidade, que os modelos apresentam uma inclinação da superfície de rotura superior na direcção x, paralela à maior altura útil.

Nas Figuras 4.44 a 4.49 são apresentadas as formas da superfície de rotura dos modelos, onde se incluem vistas dos cortes do modelo na direcção do corte A-A' e corte B-B'. Nas Figuras 3.32 a 3.37 (Secção 3.5) são apresentadas as vistas superiores das formas da superfícies de rotura dos modelos.



(a) Corte A-A'.



(b) Corte B-B'.

Figura 4.44: Forma da superfície de rotura do modelo ND0, cortes A-A' e B-B'.



(a) Corte A-A'.



(b) Corte B-B'.

Figura 4.45: Forma da superfície de rotura do modelo ND1, cortes A-A' e B-B'.



(a) Corte A-A'.



(b) Corte B-B'.

Figura 4.46: Forma da superfície de rotura do modelo ND2, cortes A-A' e B-B'.



(a) Corte A-A'.



(b) Corte B-B'.

Figura 4.47: Forma da superfície de rotura do modelo ND3, cortes A-A' e B-B'.



(a) Corte A-A'.



(b) Corte B-B'.

Figura 4.48: Forma da superfície de rotura do modelo ND4, cortes A-A' e B-B'.



(a) Corte A-A'.



(b) Corte B-B'.

Figura 4.49: Forma da superfície de rotura do modelo ND5, cortes A-A' e B-B'.

## 4.5 Análise das Cargas de Rotura

Nesta secção são apresentadas comparações entre as cargas de rotura experimentais, com as previstas pela norma europeia NP EN 1992-1-1 [30], pelo novo *fib* Model Code 2010 [15] e por expressões de cálculo desenvolvidas por diversos investigadores, apresentadas no Capítulo 2.

Para a previsão da capacidade de carga ao punçoamento é também utilizado o comportamento à tracção do betão com fibras, através da lei tensão-abertura de fenda, proveniente dos ensaios às vigas entalhadas e aos painéis de laje quadrados realizadas com o mesmo betão dos modelos.

É importante avaliar de que forma os valores previstos se aproximam dos obtidos nos ensaios experimentais, por forma a verificar a aplicabilidade deste tipo de solução em termos de punçoamento.

No cálculo do valor médio da força resistente de punçoamento ( $V_{Rm}$ ) não se consideram os coeficientes parciais de segurança, sendo esta resistência determinada para os valores médios das características dos materiais. Relativamente ao *fib* MC2010 [15], serão usadas as expressões do CSCT, apresentadas por Maya *et al.* [34], cuja aplicação é directamente comparável com os resultados obtidos nos ensaios experimentais.

#### 4.5.1 Eurocódigo 2 - NP EN 1992-1-1 [30]

As disposições relativas à NP EN 1992 [30] já foram mencionadas na secção anterior (Exps. (4.1) a (4.6)). A NP EN 1992 [30] não apresenta uma expressão que tenha em conta a contribuição das fibras no cálculo do valor médio da força resistente de punçoamento ( $V_{Rm}$ ). Azevedo [6] mostra que a expressão do EC2 para previsão da capacidade resistente ao punçoamento pode ser adaptada de modo a incluir o efeito benéfico do betão com fibras, com resultados satisfatórios.

#### 4.5.2 *fib* Model Code 2010 [15]

O recente *fib* Model Code 2010 [15] dedica um capítulo relativo ao betão reforçado com fibras (BRF), incluindo as disposições relativas de lajes construídas com BRF sujeitas ao punçoamento. Assim, o valor médio da resistência ao punçoamento ( $V_{Rm}$ ) de lajes sem armaduras específicas de punçoamento e considerando os valores médios das características dos materiais é dado pela Exp. (4.7).

$$V_{Rm} = V_{Rm,c} + V_{Rm,f} \quad (4.7)$$

em que  $V_{Rm,c}$  e  $V_{Rm,f}$  são as contribuições do betão e das fibras, respectivamente, no ponto onde se verifica o ângulo de rotação correspondente à capacidade última. A parcela  $V_{Rm,c}$  pode ser calculada de acordo com a Exp. (2.31), desenvolvida por Muttoni [36], e  $V_{Rm,f}$  é dado, de acordo com *fib* MC2010



[15], pela Exp. (4.8).

$$V_{Rm,f} = f_{Ftum} \cdot u \cdot d \quad (4.8)$$

em que  $f_{Ftum}$  é o valor médio da tensão de tracção residual última para betão reforçado com fibras, calculada tendo em conta que  $w_u = \psi \cdot d / 6$ ,  $u$  representa o perímetro de controlo indicado na Figura 2.18 e  $d$  é a altura útil média da laje.

Como nos modelos ensaiados a força de punçãoamento é excêntrica, o valor do perímetro de controlo é reduzido pelo coeficiente de excentricidade  $k_e$ , como mostra a Exp. (4.9):

$$u_{red} = k_e \cdot u \quad (4.9)$$

em que  $u_{red}$  é o perímetro de controlo de punçãoamento reduzido devido às excentricidades da carga e  $k_e$  é o coeficiente de excentricidade que é determinado como função do momento transferido do pilar para a laje, e é obtido de acordo com a Exp. (4.10):

$$k_e = \frac{1}{1 + \frac{e_u}{b_u}} \quad (4.10)$$

em que  $e_u$  é a excentricidade da resultante das forças de corte em relação ao centróide do perímetro de controlo e  $b_u$  é o diâmetro de um círculo com a mesma área que a região interior do perímetro de controlo.

O valor de  $\psi$  correspondente ao Nível II, que pode ser encontrado no *fib* MC2010 [15] e em Muttoni e Ruiz [38], pode ser obtido pela Exp. (4.11).

$$\psi = 1.5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_y}{E_s} \cdot \left( \frac{V}{V_{flex}} \right)^{1.5} \quad (4.11)$$

em que  $V$  é a força de punçãoamento e  $V_{flex}$  é a força associada à resistência por flexão da laje, calculado neste estudo segundo o método das linhas de rotura. Para o cálculo de  $V_{flex}$ , é necessário conhecer o momento resistente por unidade de comprimento ( $m_R$ ) [34]. Para o cálculo da resistência à flexão da laje, teve-se em consideração as excentricidades de cada modelo, adoptando a metodologia

descrita no *fib* MC2010 [15].

Para a aplicação do Nível III de cálculo é recomendado substituir o coeficiente 1.5 da Exp. (4.11) por 1.2 e calcular  $V_{flex}$  para cada caso em concreto. Neste caso de estudo, adoptou-se pelo nível III de aproximação por pretender-se cálculos mais detalhados, cumprindo-se com as respectivas condições deste nível.

### 4.5.3 Lei Tensão-Abertura de Fenda

Utilizaram-se as leis tensão-abertura de fenda provenientes dos ensaios das vigas entalhadas (Figura 3.19) e dos painéis de laje quadrados (Figura 3.20), apresentadas na Secção 3.3 e também a lei proposta por Voo e Foster [47] (Exp. (2.35)), denominada “Variable Engagement Model” (V.E.M.). Aplicaram-se estas leis nos modelos físicos apresentados pelo *fib* MC2010 [15] e por Maya *et al.* [34], na contribuição das fibras no comportamento à tracção do betão.

### 4.5.4 Comparação com Outros Investigadores

Foram utilizadas as expressões desenvolvidas por diversos investigadores para prever a capacidade resistente ao punçoamento de lajes de betão com fibras. Dos trabalhos apresentados no Capítulo 2, os que apresentam uma expressão para a previsão da capacidade resistente ao punçoamento são: Narayanan e Darwish [40]; Harajli *et al.* [17]; Shaaban e Gesund [43]; Azevedo [6]; De Hanai e Holanda [11]; Higashiyama *et al.* [19]; Nguyen-Minh *et al.* [41] e Maya *et al.* [34].

Note-se que Maya *et al.* [34] apresenta um modelo físico para prever a capacidade resistente ao punçoamento de lajes de betão com fibras, enquanto os restantes investigadores baseiam-se em expressões empíricas ou semi-empíricas.

### 4.5.5 Comparação das Cargas de Rotura e as Rotações Experimentais com as Previstas

Apresenta-se na Tabela 4.5 uma síntese dos resultados obtidos, comparando as cargas de rotura e rotações experimentais, com os valores dos esforços resistentes previstos usando a norma e o documento referido em termos de

valores médios, as leis de tensão-abertura de fenda e as expressões de diversos investigadores.

Relembra-se que no caso da NP EN 1992-1-1 [30] e de Azevedo [6] a excentricidade da carga de punçoamento é considerada por um coeficiente  $\beta$ , aplicado no valor de carga experimental, enquanto no *fib* MC2010 [15] e Maya *et al.* [34] a excentricidade é considerada na redução do perímetro de controlo e no cálculo da resistência à flexão da laje. Nos restantes casos não foi tido em conta o efeito da excentricidade, por estes não apresentarem expressões para o efeito.

Os valores de média e de coeficiente de variação (COV) apresentados correspondem à media aritmética e ao COV dos seis modelos de laje para cada método de cálculo.

No *fib* MC2010 [15] e Maya *et al.* [34] utilizou-se a Exp. (2.33) para calcular o momento resistente da laje ( $m_R$ ), afectado do efeito da excentricidade dado pela Exp. (2.56). Nos casos de previsões em que o esforço resistente ao punçoamento era maior que o esforço resistente à flexão, o comportamento da laje foi controlado pelo  $V_{flex}$ , prevendo dessa forma uma rotura da laje por flexão.

Na aplicação do “Variable Engagement Model” (V.E.M.) [47] nos métodos previstos pelo *fib* MC2010 [15] e Maya *et al.* [34], decidiu-se por utilizar o V.E.M. completo, isto é, aplicou-se a contribuição do betão para a resistência à tracção pós-pico. Verificou-se que esta contribuição não tem grande influência na resistência ao punçoamento dos modelos (cerca de 2%), mas que aproximou o valor previsto ao experimental.

Tabela 4.5: Comparação das cargas de rotura e as rotações experimentais com as previstas.

Referência	Modelo	$\rho_f$ [%]	$\sigma_{t,res}^{(1)}$ [MPa]	$\psi_{u,exp}$	$V_{u,exp}$ [kN]	$V_{flex}$ [kN]	$\psi_{u,pred}$	$V_{u,pred}$ [kN]	$V_{u,exp} / V_{u,pred}$	$\psi_{u,exp} / \psi_{u,pred}$
EC2 [30]	ND0	0.00	-	0.0113	303	-	-	315	0.96	-
<i>fib</i> Model Code 2010 [15] Vigas Entalhadas	ND0	0.00	0.00	0.0113	289	397	0.0137	283	1.02	0.82
	ND1	0.50	2.36	0.0121	296	447	0.0179	380	0.78	0.68
	ND2	0.75	2.03	0.0161	369	484	0.0196	437	0.85	0.82
	ND3	0.75	1.25	0.0352	451	474	0.0451	474	0.95	0.78
	ND4	1.00	2.58	0.0315	456	532	0.0223	524	0.87	1.41
	ND5	1.25	2.57	0.0319	475	531	0.0593	531	0.89	0.54
<b>Média</b>									<b>0.89</b>	<b>0.84</b>
<b>COV</b>									<b>0.09</b>	<b>0.36</b>
<i>fib</i> Model Code 2010 [15] Painéis de Laje	ND0	0.00	0.00	0.0113	289	397	0.0137	283	1.02	0.82
	ND1	0.50	1.48	0.0121	296	415	0.0188	363	0.81	0.64
	ND2	0.75	1.61	0.0161	369	467	0.0178	395	0.94	0.90
	ND3	0.75	1.76	0.0352	451	498	0.0213	475	0.95	1.65
	ND4	1.00	2.00	0.0315	456	506	0.0229	507	0.90	1.38
	ND5	1.25	2.16	0.0319	475	513	0.0217	495	0.96	1.47
<b>Média</b>									<b>0.93</b>	<b>1.15</b>
<b>COV</b>									<b>0.07</b>	<b>0.36</b>
<i>fib</i> Model Code 2010 [15] V.E.M.	ND0	0.00	0.00	0.0113	289	397	0.0137	283	1.02	0.82
	ND1	0.50	0.58	0.0121	296	380	0.0159	298	0.99	0.76
	ND2	0.75	0.84	0.0161	369	435	0.0161	345	1.07	1.00
	ND3	0.75	1.01	0.0352	451	463	0.0183	399	1.13	1.92
	ND4	1.00	1.34	0.0315	456	476	0.0192	424	1.08	1.64
	ND5	1.25	1.66	0.0319	475	490	0.0200	448	1.06	1.60
<b>Média</b>									<b>1.06</b>	<b>1.29</b>
<b>COV</b>									<b>0.04</b>	<b>0.38</b>
Maya <i>et al.</i> [34] Vigas Entalhadas	ND0	0.00	0.00	0.0113	289	397	0.0137	283	1.02	0.82
	ND1	0.50	2.36	0.0121	296	447	0.0215	428	0.69	0.56
	ND2	0.75	2.03	0.0161	369	484	0.0213	462	0.80	0.76
	ND3	0.75	1.25	0.0352	451	474	0.0298	474	0.95	1.18
	ND4	1.00	2.58	0.0315	456	532	0.0296	532	0.86	1.06
	ND5	1.25	2.57	0.0319	475	531	0.0386	531	0.89	0.83
<b>Média</b>									<b>0.87</b>	<b>0.87</b>
<b>COV</b>									<b>0.13</b>	<b>0.26</b>
Maya <i>et al.</i> [34] Painéis de Laje	ND0	0.00	0.00	0.0113	289	397	0.0137	283	1.02	0.82
	ND1	0.50	1.48	0.0121	296	415	0.0208	389	0.76	0.58
	ND2	0.75	1.61	0.0161	369	467	0.0194	418	0.88	0.83
	ND3	0.75	1.76	0.0352	451	498	0.0216	480	0.94	1.63
	ND4	1.00	2.00	0.0315	456	506	0.0229	507	0.90	1.38
	ND5	1.25	2.16	0.0319	475	513	0.0252	513	0.92	1.27
<b>Média</b>									<b>0.91</b>	<b>1.08</b>
<b>COV</b>									<b>0.10</b>	<b>0.37</b>
Maya <i>et al.</i> [34] V.E.M.	ND0	0.00	0.00	0.0113	289	397	0.0137	283	1.02	0.82
	ND1	0.50	0.58	0.0121	296	380	0.0168	310	0.96	0.72
	ND2	0.75	0.84	0.0161	369	435	0.0168	353	1.05	0.96
	ND3	0.75	1.01	0.0352	451	463	0.0190	408	1.10	1.85
	ND4	1.00	1.34	0.0315	456	476	0.0200	435	1.05	1.58
	ND5	1.25	1.66	0.0319	475	490	0.0207	459	1.03	1.54
<b>Média</b>									<b>1.04</b>	<b>1.25</b>
<b>COV</b>									<b>0.05</b>	<b>0.38</b>
Azevedo 1999 [6]	ND0	0.00	-	0.0113	303	-	-	297	1.02	-
	ND1	0.50	-	0.0121	335	-	-	334	1.00	-
	ND2	0.75	-	0.0161	378	-	-	348	1.09	-
	ND3	0.75	-	0.0352	458	-	-	394	1.16	-
	ND4	1.00	-	0.0315	466	-	-	417	1.12	-
	ND5	1.25	-	0.0319	484	-	-	436	1.11	-
<b>Média</b>									<b>1.08</b>	<b>-</b>
<b>COV</b>									<b>0.06</b>	<b>-</b>

Tabela 4.5: (continuação).

Referência	Modelo	$\rho_f$ [%]	$\sigma_{t,res}^{(1)}$ [MPa]	$\psi_{u,exp}$	$V_{u,exp}$ [kN]	$V_{flex}$ [kN]	$\psi_{u,pred}$	$V_{u,pred}$ [kN]	$V_{u,exp} / V_{u,pred}$	$\psi_{u,exp} / \psi_{u,pred}$
Nguyen-Minh <i>et al.</i> [41] 2012	ND0	0.00	-	0.0113	289	-	-	291	0.99	-
	ND1	0.50	-	0.0121	296	-	-	312	0.95	-
	ND2	0.75	-	0.0161	369	-	-	320	1.15	-
	ND3	0.75	-	0.0352	451	-	-	366	1.23	-
	ND4	1.00	-	0.0315	456	-	-	380	1.20	-
	ND5	1.25	-	0.0319	475	-	-	391	1.21	-
<b>Média</b>									<b>1.12</b>	-
<b>COV</b>									<b>0.11</b>	-
Higashiyama <i>et al.</i> [19] 2011	ND0	0.00	-	0.0113	289	-	-	287	1.01	-
	ND1	0.50	-	0.0121	296	-	-	366	0.81	-
	ND2	0.75	-	0.0161	369	-	-	393	0.94	-
	ND3	0.75	-	0.0352	451	-	-	408	1.10	-
	ND4	1.00	-	0.0315	456	-	-	435	1.05	-
	ND5	1.25	-	0.0319	475	-	-	455	1.04	-
<b>Média</b>									<b>0.99</b>	-
<b>COV</b>									<b>0.11</b>	-
De Hanai e Holanda [11] 2008	ND0	0.00	-	0.0113	289	-	-	334	0.87	-
	ND1	0.50	-	0.0121	296	-	-	343	0.86	-
	ND2	0.75	-	0.0161	369	-	-	341	1.08	-
	ND3	0.75	-	0.0352	451	-	-	411	1.10	-
	ND4	1.00	-	0.0315	456	-	-	420	1.09	-
	ND5	1.25	-	0.0319	475	-	-	425	1.12	-
<b>Média</b>									<b>1.02</b>	-
<b>COV</b>									<b>0.12</b>	-
Harajli <i>et al.</i> [17] 1995	ND0	0.00	-	0.0113	289	-	-	256	1.13	-
	ND1	0.50	-	0.0121	296	-	-	284	1.04	-
	ND2	0.75	-	0.0161	369	-	-	293	1.26	-
	ND3	0.75	-	0.0352	451	-	-	353	1.28	-
	ND4	1.00	-	0.0315	456	-	-	372	1.23	-
	ND5	1.25	-	0.0319	475	-	-	387	1.23	-
<b>Média</b>									<b>1.19</b>	-
<b>COV</b>									<b>0.08</b>	-
Shaaban e Gesund [43] 1994	ND0	0.00	-	0.0113	289	-	-	255	1.13	-
	ND1	0.50	-	0.0121	296	-	-	449	0.66	-
	ND2	0.75	-	0.0161	369	-	-	450	0.82	-
	ND3	0.75	-	0.0352	451	-	-	542	0.83	-
	ND4	1.00	-	0.0315	456	-	-	557	0.82	-
	ND5	1.25	-	0.0319	475	-	-	566	0.84	-
<b>Média</b>									<b>0.85</b>	-
<b>COV</b>									<b>0.18</b>	-
Narayanan e Darwish [40] 1987	ND0	0.00	-	0.0113	289	-	-	243	1.19	-
	ND1	0.50	-	0.0121	296	-	-	353	0.84	-
	ND2	0.75	-	0.0161	369	-	-	372	0.99	-
	ND3	0.75	-	0.0352	451	-	-	418	1.08	-
	ND4	1.00	-	0.0315	456	-	-	422	1.08	-
	ND5	1.25	-	0.0319	475	-	-	409	1.16	-
<b>Média</b>									<b>1.06</b>	-
<b>COV</b>									<b>0.12</b>	-

(1) corresponde ao valor da tensão de tracção residual, tendo em conta  $w_u = 1.5$  mm;

Pela análise da Tabela 4.5 verifica-se que, de um modo global, os valores previstos por Maya *et al.* [34] utilizando a lei do V.E.M. são os que mais se aproximam dos valores de carga de rotura experimental obtidas nos ensaios, quando se compara em conjunto a média (próximo do valor ideal de 1.00) e o coeficiente de variação (COV) no conjunto dos seis modelos. Verifica-se que o método de Maya *et al.* [34] com a lei do V.E.M. apresenta valores para a resistência média ao punçoamento ligeiramente inferiores aos obtidos experimentalmente, atingindo um valor médio para a razão  $V_{u,exp} / V_{u,pred}$  de cerca de 1.04, com um coeficiente de variação (COV) de 5%.

Das três análises realizadas com o método de Maya *et al.* [34], verifica-se que os resultados da capacidade de carga quando se utiliza a lei do V.E.M. são em média conservadores, enquanto que os resultados são em média ligeiramente não conservadores quando se utiliza as leis das vigas e os painéis. O mesmo é verificado quando se utiliza o método do *fib* MC2010 [15].

Verifica-se que utilizando o comportamento à tracção das vigas entalhadas nos modelos de Maya *et al.* [34] e no *fib* MC2010 [15], sobrestima-se mais a capacidade de carga do que quando se utiliza o comportamento à tracção dos painéis de laje quadrados. Este facto já era expectável, pois nas vigas entalhadas, as fibras têm tendência em estar orientadas numa direcção, não transmitindo o real acontecimento de dispersão que ocorre nas lajes, aumentando consequentemente a sua resistência à tracção.

Um dos factores que pode ter influenciado a dispersão de resultados na previsão da capacidade de carga dos modelos, quando se utiliza o comportamento à tracção dos painéis de laje quadrados, é a diferença na relação betonagem/execução do ensaio, isto é, nos painéis de laje a aplicação da carga no ensaio é na direcção da força gravítica, surgindo tracções na zona inferior do painel, enquanto nos modelos de laje, a aplicação da carga no ensaio é na direcção oposta à força gravítica, surgindo tracções na zona superior da laje. Isto poderá estar relacionado com a distribuição das fibras na espessura da laje, uma vez que as fibras, devido ao efeito de segregação, poderão ter a tendência a estar ligeiramente concentradas na zona inferior.

Em relação aos resultados obtidos pelos métodos de Maya *et al.* [34] e *fib* MC2010 [15] importa mencionar que se usou o nível III de aproximação, obtendo assim maior precisão nos resultados.

A norma NP EN 1992-1-1 [30], apresenta um valor previsto para a resistência ao punçoamento do modelo ND0 ligeiramente superior ao obtido experimentalmente, atingindo um valor para a razão  $V_{u,exp} / V_{u,pred}$  de cerca de 0.96 (próximo do valor ideal de 1.00). Utilizando a expressão de Azevedo [6] para a previsão da capacidade resistente do modelo ND0, verifica-se que o valor da razão  $V_{u,exp} / V_{u,pred}$  é de cerca de 1.02, sendo mais conservador. Esta diferença deve-se ao facto deste último apresentar uma expressão empírica, obtida com base na melhor aproximação de uma recta aos valores obtidos experimentalmente nos modelos com fibras, levando a que na ausência de fibras as expressões sejam idênticas nos dois métodos, excepto no coeficiente 0.18 utilizado na expressão da NP EN 1992-1-1 [30] e 0.17 para a expressão proposta por Azevedo [6]. Usando a expressão proposta por Azevedo [6], constata-se que a média dos valores previstos para a capacidade de carga dos seis modelos é de 1.08, com um coeficiente de variação de 6%, verificando-se que o valor previsto em cada modelo em específico é conservador.

Na previsão da resistência ao punçoamento utilizando a formulação proposta por Nguyen-Minh *et al.* [41], obtêm-se valores conservadores. Este facto foi igualmente verificado na investigação realizada por estes autores, obtendo a mesma conclusão. Verifica-se que os valores de média e coeficiente de variação para a capacidade de carga são semelhantes para os estudos destes autores e os obtidos no presente trabalho, isto é, a média da razão entre a previsão da resistência ao punçoamento e a obtida experimentalmente no estudo de Nguyen-Minh *et al.* [41] é de 0.90 com um coeficiente de variação de 0.10, enquanto no presente estudo, quando se utiliza a respectiva formulação proposta por Nguyen-Minh *et al.* [41], obtém-se um a média de 0.89 com um coeficiente de variação de 0.11.

A formulação proposta por Higashiyama *et al.* [19] para previsão da capacidade de carga ao punçoamento de lajes em betão com fibras mostra ter boa

concordância com os valores obtidos experimentalmente. A média obtida de 0.99 está próxima do valor ideal de 1.00, verificando-se um coeficiente de variação de 0.11. Estes resultados de média e coeficiente de variação obtidos neste estudo, aproximam-se aos valores que estes autores obtiveram na sua investigação (média de 1.01 e COV de 0.14). Note-se que as condições de aplicabilidade da formulação proposta por Higashiyama *et al.* [19] foram devidamente respeitadas no presente caso de estudo. Esta modificação da expressão de cálculo de punçoamento do JCSE para ter em consideração a presença do betão com fibras na ligação laje-pilar apresenta boa aproximação.

Utilizando a formulação proposta por De Hanai e Holanda [11] para a previsão da capacidade de carga ao punçoamento, verifica-se também bons resultados. A média obtida de 1.02 está próxima do valor ideal de 1.00, verificando-se um coeficiente de variação de 0.12. Esta expressão empírica foi obtida de acordo com os seus resultados experimentais, em modificação da equação do ACI 318 [2], apresentado o presente estudo semelhantes características experimentais.

Verificam-se valores conservadores quando se aplica a formulação proposta por Harajli *et al.* [17] para previsão da capacidade resistente em relação aos resultados experimentais obtidos neste estudo. A média obtida é de 1.19 com um coeficiente de variação de 0.08. Verifica-se que as características dos ensaios destes autores são semelhantes às do presente estudo, à excepção da altura útil dos modelos, que em certa parte pode justificar esta minoração da previsão da capacidade de carga.

Quanto à previsão da capacidade de carga utilizando a formulação proposta por Shaaban e Gesund [43], verifica-se que os valores de previsão são superiores aos valores obtidos experimentalmente. A média obtida é de 0.85 com um coeficiente de variação de 0.18. Além do facto de esta expressão ter sido obtida por via empírica, acrescente-se a isso as diferentes características do ensaio, nomeadamente da altura útil e do tipo de fibras utilizadas, que nesse caso foram as onduladas.

Por fim, utilizando a expressão proposta por Narayanan e Darwish [40] obtém-se valores de previsão da capacidade de carga ao punçoamento com boa



concordância com os experimentais. A média obtida é de 1.06 com um coeficiente de variação de 0.12. Note-se que a expressão proposta por estes autores foi calibrada com base em modelos com altura útil média de 50 mm e com fibras do tipo frisadas, apresentando apesar desse facto bons resultados na generalidade dos modelos.

Em relação às rotações previstas com as experimentais, para os autores que apresentam formulação para o efeito, nomeadamente o *fib* MC2010 [15] e Maya *et al.* [34], verifica-se que em qualquer um destes dois métodos, quando se utiliza o comportamento à tracção do betão com fibras obtido nos ensaios aos painéis de laje quadrados, obtém-se em média melhores previsões.



## Capítulo 5

# Conclusões

### 5.1 Conclusões

Neste trabalho estudou-se a influência do betão reforçado com fibras de aço na capacidade de carga e de deformação de lajes sujeitas ao punçoamento. Para o seu estudo recorreu-se a ensaios de seis modelos de laje que permitiram avaliar vários parâmetros, nomeadamente, a capacidade de carga, os deslocamentos verticais, as extensões na armadura longitudinal superior e a geometria da superfície de rotura. Assim, de seguida descrevem-se as conclusões relativas a cada análise dos modelos de laje.

#### 5.1.1 Efeito do Betão com Fibras na Capacidade de Carga

Verificou-se um aumento máximo da capacidade de carga ao punçoamento de 60% para o modelo com 1.25% de fibras relativamente ao modelo de referência.

Comparando os valores obtidos para os modelos ND1 e ND2, contendo 0.50% e 0.75% de fibras, respectivamente, com o valor obtido para o modelo de referência ND0, verifica-se aumentos da capacidade de carga de 11% e 25%, correspondentemente, enquanto se se comparar os valores obtidos nos modelos ND3 e ND4, que contêm 0.75% e 1.00%, respectivamente, também com o valor obtido no modelo referência ND0, verifica-se aumentos de 51% e 54%, correspondentemente.

Verificou-se que o modelo ND3 apresentou maior capacidade de carga em

relação ao modelo ND2, atingindo um aumento de cerca de 22%. Esta melhoria pode ser atribuída ao efeito da introdução do plastificante, uma vez que este promove uma melhor hidratação das partículas de cimento e uma melhor ligação entre as fibras de aço e a matriz de betão, o que permite que as fibras sejam mais eficazes como ponte de ligação nas fissuras da matriz. Isto mostra que a presença do plastificante teve influência na capacidade de carga ao punçoamento e que a função das fibras no betão poderá ser melhorada pela introdução de um plastificante.

Verificou-se que a excentricidade da força de punçoamento foi mais elevada no modelo ND1, influenciando a capacidade de carga neste modelo em cerca de 13%, quando se utiliza a metodologia apresentada pela NP EN 1992-1-1 [30].

### **5.1.2 Deslocamentos Verticais**

Verificou-se que os modelos de BRFA apresentaram um aumento na ductilidade, uma vez que alcançaram maiores deformações na rotura em relação ao modelo padrão ND0, sendo um aumento mais significativo nos modelos ND3, ND4 e ND5.

Verificou-se que o modelo ND3, que apresenta uma percentagem volumétrica de fibras de 0.75% e plastificante adicionado na mistura de betão, apresentou um comportamento mais rígido e mais dúctil em relação ao modelo ND2, que contém a mesma percentagem de fibras, mas sem plastificante. Este facto leva a concluir que a presença de plastificante no BRFA levou aos benefícios que eram esperados, devido aos factores já descritos anteriormente.

Constatou-se que os modelos ND3, ND4 e ND5 apresentaram um comportamento mais rígido, quando comparados com os restantes modelos, apresentado também mais ductilidade.

### **5.1.3 Extensões na Armadura Longitudinal Superior**

Comparando os modelos com fibras verifica-se que, com o aumento da percentagem volumétrica de fibras adicionadas ao betão, existe um decréscimo das extensões médias das armaduras.

Comparando os modelos ND1 e ND2 com o modelo ND0, verifica-se que houve um aumento das extensões médias nas armaduras. No caso do modelo ND3 constata-se que têm idênticas extensões médias, quando comparado com o modelo ND0. Em relação aos modelos ND4 e ND5 e comparando com o modelo ND0, verifica-se um ligeiro decréscimo das extensões médias das armaduras.

Comparando os modelos ND1 e ND2 por não terem plastificante adicionado no betão, verifica-se que têm extensões médias semelhantes, concluindo que o aumento da percentagem de fibras não teve grande influência na extensão. Em relação aos modelos ND3, ND4 e ND5, comparando-os por terem plastificante adicionado ao betão, constata-se uma ligeira diminuição das extensões médias com o aumento do volume de fibras.

#### 5.1.4 Previsão das Cargas de Rotura

As previsões de capacidade de carga utilizadas neste estudo, apresentam de uma forma geral resultados satisfatórios.

Os valores previstos por Maya *et al.* [34] utilizando a lei do VEM são os que mais se aproximam dos valores de carga de rotura experimental obtidas nos ensaios, quando se compara em conjunto a média (próximo do valor ideal de 1.00) e o coeficiente de variação (COV) no conjunto dos seis modelos.

Das três análises realizadas com os métodos de Maya *et al.* [34] e *fib* MC2010 [15], verifica-se que os resultados da capacidade de carga são conservadores quando se utiliza a lei do VEM, enquanto que os resultados são ligeiramente contra a segurança quando se utiliza as leis das vigas e os painéis.

Utilizando a expressão proposta por Azevedo [6], que é uma actualização da expressão da norma NP EN 1992-1-1 [30] para ter em consideração o betão com fibras, constata-se que os valores previstos para a capacidade de carga dos seis modelos são conservadores e que representam boas previsões.

#### 5.1.5 Geometria das Superfícies de Rotura

Relativamente à inclinação da superfície de rotura com a horizontal, verifica-se que os modelos com fibras apresentam uma superfície de rotura com uma inclinação

média total ligeiramente superior relativamente ao modelo de referência. Verificou-se que inclinação média da superfície de rotura na direcção de maior altura útil é ligeiramente superior que na outra direcção, evidenciando falta de simetria radial na distribuição de tensões de corte em torno do pilar.

## 5.2 Recomendações para Trabalhos Futuros

Nesta secção apresentam-se possíveis linhas de trabalhos futuros relacionadas com a investigação desenvolvida, pois existem ainda alguns factores que podem ser estudados para tornar esta solução ainda mais eficiente:

- Optimizar a composição do betão com fibras para melhorar a resistência ao punçoamento de lajes;
- Estudar o comportamento de composições de betão onde se consiga a incorporação de fibras em aço, introduzidas em percentagens volumétricas mais elevadas;
- Utilizar outros tipos de fibras nos modelos de laje;
- Aplicar esta solução com variação da percentagem geométrica da armadura longitudinal, pois neste estudo foi utilizada sempre a mesma quantidade;
- Estudar esta solução de betão com fibras em conjunto com outra solução de reforço em lajes fungiformes;
- Analisar esta solução de betão com fibras em lajes fungiformes junto a pilares de bordo e de canto;
- Desenvolver estudos numéricos eficazes e viáveis para determinação da resistência ao punçoamento de lajes fungiformes de betão com fibras.

# Bibliografia

- [1] ACI Committee 318: *Building Code Requirements for Reinforced Concrete and Commentary (ACI 318-89/ACI 318R-89)*. American Concrete Institute, Detroit, 1989.
- [2] ACI Committee 318: *Building code requirements for structural concrete*. American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2002.
- [3] ACI Committee 318: *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-05) and Commentary (318R-05)*. American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2005.
- [4] ACI Committee 318: *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-08) and Commentary*. American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2008.
- [5] Alexander, S. D. B., Simmonds, S. H.: *Punching Shear Tests of Concrete Slab-Column Joints Containing Fiber Reinforcement*. ACI Struct Journal, Vol. 89(No. 4):pp. 425–432, July-August 1992.
- [6] Azevedo, A. P.: *Resistência e ductilidade das ligações laje-pilar em lajes-cogumelo de concreto de alta resistência armado com fibras de aço e armadura transversal de pinos*. Masterthesis, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1999.
- [7] Cheng, MY., Parra-Montesinos, G. J.: *Evaluation of Steel Fiber Reinforcement for Punching Shear Resistance in SlabColumn Connections Part I: Monotonically Increased Load*. ACI Structural Journal, Vol. 107(No. 1):pp. 101–109, January-February 2010.
- [8] Comité Euro-International du Béton: *CEB-FIP Model Code 90*. 1993.
- [9] Coutinho, A. S.: *Fabrico e propriedades do betão*, volume II. LNEC, Lisboa, 1988.
- [10] Coutinho, A. S., Gonçalves A.: *Fabrico e propriedades do betão*, volume III. LNEC, Lisboa, 1994.
- [11] De Hanai, J. B., Holanda, K. M. A.: *Similarities between punching and shear strength of steel fiber reinforced concrete (SFRC) slabs and beams*. Ibracon Structures and Materials Journal, Vol. 1(No. 1):pp. 1–16, March 2008.

- [12] Duarte, I. O.: *Comportamento ao punçoamento de lajes fungiformes reforçadas com parafusos*. Tese de Mestrado, Instituto Superior Técnico, 2008.
- [13] European Committee for Standardization: *EN 14651 - Test method for metallic fibered concrete measuring the flexural tensile strength (limit of proportionality (LOP), residual)*. Brussels 2005.
- [14] Faria, D. M. V.: *Reforço de Lajes de Betão Armado usando Pós-Tensão com Ancoragens por Aderência*. Tese de Doutoramento, Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa, 2829-516 Caparica Portugal, Dezembro 2011.
- [15] Fédération International du Béton: *"Modal Code 2010, Final Draft"*. *fib Bulletins*, (No. 55 e 56), 2010.
- [16] Fernandes, N. A. G.: *Caracterização Mecânica de Betões com Fibras*. Tese de Mestrado submetida à FCT-UNL, Setembro 2012.
- [17] Harajli, M. H., Maalouf, D., Khatib, H.: *Effect of Fibers on the Punching Shear Strength of Slab-Column Connections*. *Cement & Concrete Composites*, Vol. 17:pp. 161–170, 1995.
- [18] Harris, D. K., Roberts-Wollmann, C. L.: *Characterization of the Punching Shear Capacity of Thin Ultra-High Performance Concrete Slabs*. VTRC 05-CR26, Via Department of Civil and Environmental Engineering Virginia Polytechnic Institute & State University, Virginia Transportation Research Council 530 Edgemont Road Charlottesville, VA 22903, June 2005.
- [19] Higashiyama, H., Ota, A., Mizukoshi, M.: *Design Equation for Punching Shear Capacity of SFRC Slabs*. *International Journal of Concrete Structures and Materials*, Vol. 5(No. 1):pp. 35–42, June 2011.
- [20] Inácio, M. M. G.: *Comportamento ao punçoamento de lajes fungiformes reforçadas com parafusos - Efeito da área e posicionamento da ancoragem*. Tese de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, 2829-516 Caparica Portugal, 2010.
- [21] Instituto Português da Qualidade: *NP EN 933-2: Ensaios para determinação das características geométricas dos agregados. Parte 2: Determinação da distribuição granulométrica. Peneiros de ensaio, dimensão nominal das aberturas*. 1999.
- [22] Instituto Português da Qualidade: *NP EN 933-1: Ensaios das propriedades geométricas dos agregados. Parte 1: Análise granulométrica. Método de peneiração*. 2000.
- [23] Instituto Português da Qualidade: *NP EN 197-1 - Cimento. Parte 1: Composição, especificações e critérios de conformidade para cimentos correntes*. 2001.



- [24] Instituto Português da Qualidade: *NP EN 1097-6 - Ensaios das propriedades mecânicas e físicas dos agregados. Parte 6: Determinação da massa volúmica e da absorção de água*. 2003.
- [25] Instituto Português da Qualidade: *NP EN 12390-3 – Ensaios de Betão Endurecido. Parte 3: Resistência à Compressão de Provete de Ensaio*. 2003.
- [26] Instituto Português da Qualidade: *NP EN 12390-6 - Ensaios de Betão Endurecido. Parte 6: Resistência à tracção por compressão de provetes*. 2003.
- [27] Instituto Português da Qualidade: *NP EN 10002-1 - Materiais metálicos. Ensaio de tracção. Parte 1: Método de ensaio à temperatura ambiente*. 2006.
- [28] Instituto Português da Qualidade: *NP EN 206-1 - Betão. Parte 1: Especificação, desempenho, produção e conformidade*. 2007.
- [29] Instituto Português da Qualidade: *NP EN 14488-5 - Ensaio do betão projectado. Parte 5: Determinação da capacidade de absorção de energia de provetes de lajes reforçadas com fibras*. 2008.
- [30] Instituto Português da Qualidade: *"NP EN 1992-1-1 Eurocódigo 2: Projecto de Estruturas de betão - Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios"*. 2010.
- [31] JSCE: *Standard Specifications for Concrete Structures-2007, Design*. 2008.
- [32] Laboratório Nacional de Engenharia Civil - Especificação 464 LNEC: *BETÕES. Metodologia prescritiva para uma vida útil de projecto de 50 e de 100 anos face às acções ambientais*. 2005.
- [33] Lourenço, J., Júlio, E., Maranhã, P.: *Betões de agregados leves de argila expandida – Guia para a sua utilização*. Associação Portuguesa das Empresas de Betão Pronto, 2004.
- [34] Maya, L. F., Ruiz, M. F., Muttoni, A., Foster, S. J.: *Punching shear strength of steel fibre reinforced concrete slabs*. Engineering Structures, Vol. 40:pp. 83–94, doi:10.1016/j.engstruct.2012.02.009, 2012.
- [35] McHarg, P. J.: *Effect of Fibre-Reinforced Concrete on The Performance of Slab-Column Specimens*. Masterthesis, McGill University, 395 Wellington Street Ottawa ON K1A 0N4 Canada, July 1997.
- [36] Muttoni, A.: *Punching shear strength of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement*. ACI Structural Journal, Vol. 105(No. 4):pp. 440–450, 2008.
- [37] Muttoni, A., Fernandez, M.: *The critical shear crack theory as a mechanical model for punching shear design and its application to code provisions*. In: FIB Bulletin 57: shear and punching shear in RC and FRC elements, pp. 31-60 Lausanne (Switzerland), 2010.

- [38] Muttoni, A., Ruiz, M. F.: *The levels-of-approximation approach in MC2010: application to punching shear provisions*. Structural Concrete, Vol. 13(No. 1):pp. 32–41, 2012.
- [39] Naaman, A. E., Likhitrungsilp, V., Parra-Montesinos, G.: *Punching Shear Response of High-Performance Fiber-Reinforced Cementitious Composite Slabs*. ACI Structural Journal, Vol. 104(No. 2):pp. 170–179, March-April 2007.
- [40] Narayanan, R., Darwish, I. Y. S.: *Punching shear tests on steel-fibre-reinforced micro-concrete slabs*. Magazine of Concrete Research, Vol. 39(No. 138):pp. 42–50, March 1987.
- [41] Nguyen-Minh, L., Rovňák, M., Tran-Quoc, T.: *Punching Shear Capacity of Interior SFRC Slab-Column Connections*. Journal of Structural Engineering, pp. 613–624, DOI: 10.1061/(ASCE)ST.1943-541X.0000497, May 2012.
- [42] Paias, J. R. S.: *Comportamento ao Punçamento de Lajes de Betão Armado de Alta Resistência Reforçado com Fibras de Aço*. Tese de Mestrado, Faculdade de Ciências e tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, 2829-516 Caparica Portugal, Setembro 2010.
- [43] Shaaban, A. M., Gesund, H.: *Punching Shear Strength of Steel Fiber Reinforced Concrete Flat Plates*. ACI Structural Journal, Vol. 91(No. 3):pp. 406–414, July-August 1994.
- [44] Swamy, R. N., Ali, S. A. R.: *Punching Shear Behavior of Reinforced Slab-Column Connections Made with Steel Fiber Concrete*. ACI Journal, Vol. 79:pp. 392–406, September-October 1982.
- [45] Theodorakopoulos, D. D., Swamy, N.: *Contribution of Steel Fibers to the Strength Characteristics of Lightweight Concrete Slab-Column Connections Failing in Punching Shear*. ACI Structural Journal, Vol. 90(No. 4):pp. 342–355, July-August 1993.
- [46] Vargas, E. N. Z.: *Punção em lajes-cogumelo de concreto de alta resistência reforçado com fibras de aço*. Tese de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo, 1997.
- [47] Voo, J. Y. L., Foster, S. J.: *Tensile fracture of fibre reinforced concrete: variable engagement mode*. In: 6<sup>th</sup> Rilem symposium of fibre reinforced concrete (FRC), pp. 75–84, Varenna (Italy), 2004.
- [48] Zhang, J., Stang, H.: *Applications of stress crack width relationship in predicting the flexural behavior of fibre-reinforced concrete*. Cement and Concrete Research, Vol. 28(No. 3):pp. 439–452, 1998.

## Apêndice A

# Características dos Trabalhos Analisados

Tabela A.1: Características dos trabalhos analisados.

Referência	Modelo	Tipo de Fibra	Esbelteza	$\rho_f$ [%]	Modo de ruptura	$c$ [cm]	$d$ [cm]	$u_1$ [cm]	$f_c$ [MPa]	$\rho_l$ [%]	$P_u$ [kN]
Swamy and Ali 1982 [44]	S-1	-	-	0.00	Punçoamento	15	10	185.66	45.00	0.63	197.70
	S-2	ondulada	100.0	0.60	Punçoamento	15	10	185.66	45.00	0.63	243.60
	S-3	ondulada	100.0	0.90	Punçoamento	15	10	185.66	45.00	0.63	262.90
	S-4	ondulada	100.0	1.20	Punçoamento	15	10	185.66	45.00	0.63	281.00
	S-7	-	-	0.00	Punçoamento	15	10	185.66	45.00	0.08	221.70
	S-11	ondulada	100.0	0.90	Punçoamento	15	10	185.66	45.00	0.08	262.00
	S-12	c/ gancho	100.0	0.90	Punçoamento	15	10	185.66	45.00	0.08	240.00
	S-13	recta	83.3	0.90	Punçoamento	15	10	185.66	45.00	0.08	236.70
	S-18	ondulada	100.0	1.37	Punçoamento	15	10	185.66	45.00	0.08	265.70
Narayanan and Darwish 1987 [40]	S1	-	-	0.00	Punçoamento	10.0	4.5	96.6	43.3	2.01	86.5
	S2	ondulada	100	0.25	Punçoamento	10.0	4.5	86.5	52.1	2.01	93.4
	S3	ondulada	100	0.50	Punçoamento	10.0	4.5	76.9	44.7	2.01	102.0
	S4	ondulada	100	0.75	Punçoamento	10.0	4.5	66.8	46.0	2.01	107.5
	S5	ondulada	100	1.00	Punçoamento	10.0	4.5	56.7	53.0	2.01	113.6
	S6	ondulada	100	1.25	Punçoamento	10.0	4.5	46.7	53.0	2.01	122.2
	S7	ondulada	100	1.00	Flexão	10.0	4.5	56.7	47.0	1.79	92.6
	S8	ondulada	100	1.00	Punçoamento	10.0	4.5	56.7	45.3	2.24	111.1
	S9	ondulada	100	1.00	Punçoamento	10.0	4.5	56.7	43.5	2.46	111.3
	S10	ondulada	100	1.00	Punçoamento	10.0	4.5	56.7	47.6	2.69	113.3
	S11	ondulada	100	1.00	Punçoamento	10.0	4.5	56.7	29.8	2.01	82.1
	S12	ondulada	100	1.00	Punçoamento	10.0	4.5	56.7	32.4	2.01	84.9
Alexander and Simmonds 1992 (esc. real) [5]	P11F0	-	-	0.00	-	20	13.2	245.87	33.20	0.46	257.00
	P11F31	ondulada	50 mm <sup>1</sup>	0.40	-	20	13.2	245.87	35.80	0.46	324.00
	P11F66	ondulada	50 mm <sup>1</sup>	0.80	-	20	13.2	245.87	35.00	0.46	345.00
	P38F0	-	-	0.00	-	20	10.5	211.94	35.60	0.46	264.00
	P38F34	ondulada	50 mm <sup>1</sup>	0.40	-	20	10.5	211.94	38.40	0.46	308.00
	P38F69	ondulada	50 mm <sup>1</sup>	0.80	-	20	10.5	211.94	38.50	0.46	330.00

<sup>1</sup> comprimento das fibras (mm);

Tabela A.1: (continuação).

Referência	Modelo	Tipo de Fibra	Esbelteza	$\rho_f$ [%]	Modo de ruptura	$c$ [cm]	$d$ [cm]	$u_1$ [cm]	$f_c$ [MPa]	$\rho_l$ [%]	$P_u$ [kN]
Theodorakopoulos and Swamy 1993 [45] (esc. real.)	FS-1	-	-	0.00	Punçoamento	15	10	185.66	44.2	0.63	173.50
	FS-2	ondulada	100	0.50	-	15	10	185.66	42.5	0.63	225.00
	FS-3	ondulada	100	1.00	-	15	10	185.66	44.56	0.63	247.40
	FS-4	ondulada	100	1.00	-	15	10	185.66	46.67	0.63	224.40
	FS-8	-	-	0.00	Punçoamento	10	10	165.66	45.80	0.05	150.30
	FS-9	ondulada	100	1.00	-	10	10	165.66	44.50	0.05	216.60
	FS-10	-	-	0.00	Punçoamento	20	10	205.66	45.50	0.59	191.40
	FS-11	ondulada	100	1.00	Flexão	20	10	205.66	42.80	0.59	259.80
	FS-12	rectangular	60	1.00	-	15	10	185.66	45.10	0.63	217.50
	FS-13	c/ gancho	100	1.00	-	15	10	185.66	41.85	0.63	235.50
	FS-14	elíptica	70	1.00	-	15	10	185.66	43.73	0.63	239.50
	FS-15	ondulada	90	1.00	-	15	10	185.66	30.05	0.63	238.00
	FS-16	elíptica	70	1.00	-	15	10	185.66	34.90	0.63	227.80
	FS-17	elíptica	70	1.00	Flexão	15	10	185.66	58.56	0.63	268.40
	FS-18	elíptica	70	1.00	-	15	10	185.66	17.75	0.63	166.00
Shaaban and Gesund 1994 (esc. real) [43]	SF0-1	-	-	0.00	Punçoamento	6.35	6.5	107.08	33.3	1.60	89.00
	SF2-1	ondulada	25 mm <sup>1</sup>	0.64	Punçoamento	6.35	6.5	107.08	34.4	1.60	93.40
	SF3-1	ondulada	25 mm <sup>1</sup>	0.99	Punçoamento	6.35	6.5	107.08	37.6	1.60	106.70
	SF4-2	ondulada	25 mm <sup>1</sup>	1.24	Punçoamento	6.35	6.5	107.08	36.5	1.60	115.60
	SF6-1	ondulada	25 mm <sup>1</sup>	1.94	Punçoamento	6.35	6.5	107.08	22.3	1.60	97.90
	SF6-2	ondulada	25 mm <sup>1</sup>	2.04	Punçoamento	6.35	6.5	107.08	22.1	1.60	102.30
Harajli 1995 (esc. reduz.) [17]	A1	-	-	0.00	Punçoamento	10	3.9	89.01	29.6	1.12	62.53
	A2	c/ gancho	100	0.45	Punçoamento	10	3.9	89.01	30.0	1.12	67.70
	A3	c/ gancho	100	0.80	Flexão	10	3.9	89.01	31.4	1.12	77.77
	A4	c/ gancho	60	1.00	Punç-Flex	10	3.9	89.01	24.6	1.12	68.83
	A5	c/ gancho	60	2.00	Flexão	10	3.9	89.01	20.0	1.12	62.06
	B1	-	-	0.00	Punçoamento	10	5.5	109.11	31.4	1.12	99.36
	B2	c/ gancho	100	0.45	Punçoamento	10	5.5	109.11	31.4	1.12	114.65
	B3	c/ gancho	100	0.80	Punçoamento	10	5.5	109.11	31.8	1.12	117.30
	B4	c/ gancho	60	1.00	Punçoamento	10	5.5	109.11	29.1	1.12	117.73
	B5	c/ gancho	60	2.00	Punçoamento	10	5.5	109.11	29.2	1.12	145.57
McHarg <i>et al.</i> 2000 (esc. real) [35]	NSCU	c/ gancho	60	0.00	Punçoamento	22.5	12.5	247.08	30.0	0.87	306.00
	NSCB	c/ gancho	60	0.00	Punçoamento	22.5	12.5	247.08	30.0	0.87	349.00
	FRSU	c/ gancho	60	0.50	Punçoamento	22.5	12.5	247.08	39.0	0.87	422.00
	FRSB	c/ gancho	60	0.50	Punçoamento	22.5	12.5	247.08	39.0	0.87	438.00
	FRCU	c/ gancho	60	0.50	Punçoamento	22.5	12.5	247.08	37.5	0.87	329.00
	FRCB	c/ gancho	60	0.50	Punçoamento	22.5	12.5	247.08	37.5	0.87	361.00
Zambrana Vargas 1997 (esc. reduz.) [46]	L01	-	-	0.00	Punçoamento	10	4	90.26	26.0	1.73	80.00
	L02	c/ gancho	36	0.75	Punçoamento	10	4	90.26	31.5	1.73	84.00
	L03	c/ gancho	36	1.50	Punçoamento	10	4	90.26	31.6	1.73	97.00
	L07	-	-	0.00	Punçoamento	10	4	90.26	88.7	1.73	101.00
	L08	c/ gancho	36	0.75	Punçoamento	10	4	90.26	79.0	1.73	112.00
	L09	c/ gancho	36	1.50	Punçoamento	10	4	90.26	93.0	1.73	136.00
Azevedo 1999 [6] (esc. reduz.)	OSC.S1	-	-	0.00	Punçoamento	8	8	132.53	43.73	1.57	176.48
	OSC.S2	c/ gancho	67	0.75	Punçoamento	8	8	132.53	46.42	1.57	191.96
	OSC.S3	c/ gancho	67	1.50	Punçoamento	8	8	132.53	30.80	1.57	197.61
	HSC.S1	-	-	0.00	Punçoamento	8	8	132.53	86.65	1.57	190.72
	HSC.S2	c/ gancho	67	0.75	Punçoamento	8	8	132.53	81.85	1.57	206.81
	HSC.S3	c/ gancho	67	1.50	Punçoamento	8	8	132.53	79.30	1.57	293.93
Naaman <i>et al.</i> 2007 [39]	CON-2T-2L	-	-	0.00	Punçoamento	10.0	14.5	122.0	44.0	0.54	383.0
	PVA-2T-2L	PVA	68	2.00	Punçoamento	10.0	11.0	109.0	56.2	0.71	500.0
	PVA-0T-0L	PVA	68	2.00	Flexão	10.0	11.0	109.0	56.2	-	209.0
	SPE-2T-2L	SPE	1000	1.75	Punçoamento	10.0	11.0	147.0	44.9	0.71	549.0
	SPE-1T-1L	SPE	1000	1.75	Punçoamento	10.0	11.0	147.0	44.9	0.71	440.0
	SPE-0T-0L	SPE	1000	1.75	Flexão	10.0	11.0	147.0	44.9	-	205.0
	TOR-2T-2L	TOR	100	2.00	Punçoamento	10.0	11.0	132.0	69.6	0.71	759.0
	TOR-1T-1L	TOR	100	2.00	Flexão	10.0	11.0	132.0	69.6	0.71	614.0
	TOR-0T-1L	TOR	100	2.00	Flexão	10.0	11.0	132.0	69.6	0.71	592.0
	TOR-0T-0L	TOR	100	2.00	Flexão	10.0	11.0	132.0	69.6	-	569.0
De Hanai and Holanda 2008 [11]	L1	-	-	0.00	Punçoamento	8.0	8.0	64.0	23.1	1.57	137.2
	L2	c/ gancho	54.5	1.00	Punçoamento	8.0	8.0	64.0	24.4	1.57	139.6
	L3	c/ gancho	54.5	2.00	Punçoamento	8.0	8.0	64.0	28.1	1.57	163.6
	L4	-	-	0.00	Punçoamento	8.0	8.0	64.0	57.0	1.57	192.9
	L5	c/ gancho	54.5	1.00	Punçoamento	8.0	8.0	64.0	59.7	1.57	215.1
	L6	c/ gancho	54.5	2.00	Punçoamento	8.0	8.0	64.0	52.4	1.57	236.2
	L7	c/ gancho	48.0	0.75	Punçoamento	8.0	8.0	64.0	36.6	1.57	182.9
	L8	c/ gancho	48.0	1.50	Punçoamento	8.0	8.0	64.0	46.1	1.57	210.9
	OSC.S1	-	-	0.00	Punçoamento	8.0	8.0	64.0	43.7	1.57	176.5

<sup>1</sup> comprimento das fibras (mm);

Tabela A.1: (continuação).

Referência	Modelo	Tipo de Fibra	Esbelteza	$\rho_f$ [%]	Modo de ruptura	$c$ [cm]	$d$ [cm]	$u_1$ [cm]	$f_c$ [MPa]	$\rho_l$ [%]	$P_u$ [kN]
Cheng and Parra-Montesinos 2010 [7]	S1	-	-	0.00	Punçoamento	15.2	12.7	111.6	47.7	0.83	433
	S2	-	-	0.00	Punçoamento	15.2	12.7	111.6	47.7	0.56	379
	S3	c/ gancho	60	1.0	Punçoamento	15.2	12.7	111.6	25.4	0.83	386
	S4	c/ gancho	60	1.0	-	15.2	12.7	111.6	25.4	0.56	389
	S5	torcida	70	1.5	Punçoamento	15.2	12.7	111.6	59.3	0.83	530
	S6	torcida	70	1.5	Punç-Flex	15.2	12.7	111.6	57.9	0.56	444
	S7	c/ gancho	60	1.5	-	15.2	12.7	111.6	31.0	0.83	522
	S8	c/ gancho	60	1.5	-	15.2	12.7	111.6	31.0	0.56	472
	S9	c/ gancho	80	1.5	-	15.2	12.7	111.6	46.1	0.83	530
	S10	c/ gancho	80	1.5	-	15.2	12.7	111.6	59.1	0.56	503
Higashiyama <i>et al.</i> 2011 [19]	t100-0.67	c/ gancho	48	0.67	Punçoamento	10	7.0	-	24.6	0.85	137.5
	t140-0.67	c/ gancho	48	0.67	Punçoamento	10	11.0	-	24.6	0.54	210.2
	t180-0.67	c/ gancho	48	0.67	Punçoamento	10	15.0	-	24.6	0.40	297.6
	t100-0.72	c/ gancho	48	0.72	Punçoamento	10	6.5	-	42.4	0.91	140.8
	t140-0.72	c/ gancho	48	0.72	Punçoamento	10	10.5	-	42.4	0.57	213.2
	t180-0.72	c/ gancho	48	0.72	Punçoamento	10	14.5	-	42.4	0.41	290.7
	t100-0.91	c/ gancho	48	0.91	Punçoamento	10	6.5	-	21.6	0.91	120.8
	t140-0.91	c/ gancho	48	0.91	Punçoamento	10	10.5	-	21.6	0.57	183.1
	t180-0.91	c/ gancho	48	0.91	Punçoamento	10	14.5	-	21.6	0.41	231.2
	t100-0.63	c/ gancho	48	0.63	Punçoamento	10	7.0	-	27.8	0.85	152.3
Nguyen-Minh <i>et al.</i> 2012 [41]	t100-0.94	c/ gancho	48	0.94	Punçoamento	10	7.0	-	31.1	0.85	147.9
	t100-1.03	c/ gancho	48	1.03	Punçoamento	10	7.0	-	30.4	0.85	158.9
	A0	-	-	0.00	Punçoamento	20	105	1220	21.7	0.66	284
	A1	c/ gancho	80	0.38	Punçoamento	20	105	1220	22.3	0.66	330
	A2	c/ gancho	80	0.57	Punçoamento	20	105	1220	23.4	0.66	345
	A3	c/ gancho	80	0.76	Punçoamento	20	105	1220	25.3	0.66	397
	B0	-	-	0.00	Punçoamento	20	105	1220	21.7	0.75	275
	B1	c/ gancho	80	0.38	Punçoamento	20	105	1220	22.3	0.75	328
	B2	c/ gancho	80	0.57	Punçoamento	20	105	1220	23.4	0.75	337
	B3	c/ gancho	80	0.76	Punçoamento	20	105	1220	25.3	0.75	345
	C0	-	-	0.00	Punçoamento	20	105	1220	21.7	0.70	260
	C1	c/ gancho	80	0.38	Punçoamento	20	105	1220	22.3	0.70	307
	C2	c/ gancho	80	0.57	Punçoamento	20	105	1220	23.4	0.70	310
	C3	c/ gancho	80	0.76	Punçoamento	20	105	1220	25.3	0.70	326



## **Apêndice B**

# **Formulação dos Betões**

### **Generalidades**

A mistura dos agregados do betão não pode ser arbitrária, devendo ser devidamente proporcionada de modo a que se obtenha uma mistura que possua a maior trabalhabilidade e se obtenha um sólido o mais compacto possível [9].

Ao se realizar um betão, deve-se ter presente que é um dos componentes mais usados em Engenharia Civil, procurando-se garantir que tem condições de trabalhabilidade, satisfatório desempenho, eficaz produção e também conformidade para que possa ser utilizado para os efeitos a que se destina.

O betão é um material formado pela mistura de agregados finos e grossos (areias, britas, etc.), ligante (cimento), água e um certo volume de ar que é difícil ou impossível de retirar por melhor que seja a compactação. Após o endurecimento da pasta (cimento e água), constitui uma pedra artificial, que pode ter variadas características dependendo do tipo de betão que deseja-se obter.

De entre os vários métodos disponíveis para o estudo da composição de um betão, utilizou-se o método das curvas de referência. No método das curvas de referência, pode-se adoptar por seguir uma das várias curvas (Faury, Bolomey e Joisel). Decidiu-se utilizar as curvas de referência de Faury pela sua simplicidade de traçado e também por estas, segundo a bibliografia e até à data, transmitirem bons resultados.

Para chegar-se aos betões finais do presente estudo, seguiu-se os

regulamentos disponíveis, mais precisamente a NP EN 1992-1-1 [30], a NP EN 206-1 [28] e a especificação E-464 [32].

### **Estudo da composição de Betão**

Para o estudo da composição de um betão é necessário, à partida, ter-se dados essenciais que permitam definir as suas propriedades. No estado fresco, tem-se em vista a especificidade e trabalhabilidade (traduzida pela classe de consistência que pode ser obtida pelo ensaio de abaixamento do cone de Abrams), enquanto que no estado endurecido, vários factores são definidos, como a tensão de ruptura, classe de exposição e qualidade do betão [9]. Para a passagem do estado fresco ao endurecido, procura-se que as condições da betonagem não interfiram nas propriedades do betão e que ganhe presa em condições adequadas.

Outros dados indispensáveis são a classificação e a determinação das propriedades dos materiais constituintes, conforme previsto pelos regulamentos, por forma a inferir da sua conformidade e compatibilidade uma vez misturados. Os efeitos de parede e de segregação são fenómenos a serem verificados, estando especificados na NP EN 206-1 [28].

Existe também a necessidade de controle da conformidade, previamente definida, com as especificações. Seguiu-se as especificações da NP EN 206-1 [28].

### **Método das Curvas de Referência de Faury**

Realizou-se uma folha de cálculo automático para ajustar a curva do material que se iria utilizar, com a curva de referência de Faury. Para isso seguiu-se a formulação proposta por *Coutinho* [9] e também *Lourenço et al.* [33].



Como se sabe, a expressão fundamental da composição de betões, ou seja, expressão dos volumes absolutos, é dada pela Exp. (B.1):

$$1 = m + c + a + v + ad \quad (\text{B.1})$$

em que:

- $m$  : soma dos volume absolutos dos agregados utilizados por unidade de volume aparente de betão;
- $c$  : volume absoluto de cimento, por unidade de volume aparente de betão;
- $a$  : volume de água de amassadura, por unidade de volume aparente de betão;
- $v$  : volume de vazios, por unidade de volume aparente de betão;
- $s$  : volume absoluto de qualquer adição utilizada, por unidade de volume aparente de betão;
- $ad$  : volume de um adjuvante, por unidade de volume aparente de betão.

Seguindo os exemplos de cálculo apresentados por *coutinho* e por *Lourenço et al.*, e cumprindo também os regulamentos [28] e [32], efectuaram-se os seguintes passos:

1. *Conhecimento dos elementos indispensáveis:*

- trabalhabilidade pretendida para o betão, ou seja, consistência do betão;
- máxima dimensão do agregado segundo a NP EN 206-1 [28];
- classe de exposição segundo a NP EN 206-1 [28] e a especificação E 464 [32];
- caracterização do ligante (cimento) e adjuvante;
- caracterização dos agregados, determinando experimentalmente as massas volúmicas e realizando a respectiva análise granulométrica.

Nota: Obteve-se a máxima dimensão dos agregados em função do critério de Faury, em vez da ASTM;

- definição dos valores limites para a composição e para as propriedades do betão, segundo a NP EN 206-1 [28] e a especificação E 464 [32].

Alguns desses parâmetros são:

- máxima razão A/C;
- mínima classe de resistência;
- mínima dosagem de cimento;
- mínimo teor de ar (%).

## 2. *Processamento de dados:*

- atribuição de valores aos parâmetros da curva de Faury;
- verificação dos efeitos de parede e de segregação;
- previsão da compacidade;
- quantificação dos constituintes da pasta, através de conceitos fundamentais descritos nas referências [9] e [33]. Os constituintes são:

- compacidade da pasta ligante;
- volume absoluto de cimento;
- massa de adjuvante;
- volume de adjuvante;
- volume de água;
- volume da pasta ligante;
- volume absoluto da totalidade de agregados;

- traçado da curva de referência do betão, em que pode incluir [9] ou não [33] o cimento. Nesta fase, traçou-se as duas curvas;

- ajustamento, pelo método dos mínimos quadrados<sup>1</sup>, da curva real à curva de referência. Através desta ferramenta matemática, obtêm-se as respectivas proporções de cada agregado.

Nota: Verificou-se a aproximação dos módulos de finura entre as duas curvas, analisando também o grau de desajustamento [33];

- determinação das massas de cada agregado.

### 3. *Resumo da composição estudada*

### 4. *Previsão da resistência à compressão do betão* <sup>2</sup>:

- pelo método de Feret;
- pelo método de Bolomey.

---

<sup>1</sup>Optou-se por utilizar só a mistura dos agregados;

<sup>2</sup>Pode ser encontrada no volume III de *Coutinho, A. de Sousa* [10];



## Apêndice C

# Análise Granulométrica dos Agregados

Para a realização da análise granulométrica seguiu-se a metodologia e princípios descritos na NP EN 933-1 [22]. Associada a esta norma, encontra-se a NP EN 933-2 [21], onde são especificadas as dimensões nominais das aberturas, formato da tela de arame e chapas perfuradas dos peneiros de ensaio a utilizar na análise granulométrica.

A NP EN 933-1 [22] determina que as amostras devem possuir massas mínimas, de acordo com a máxima dimensão do agregado ( $D_{máx}$ ), sendo esta a menor abertura do peneiro através do qual passa, pelo menos, 90% da massa dos agregados. A redução da amostra, após a secagem, deve permitir obter um provete de ensaio com massa superior à mínima, mas sem valor exacto predeterminado. Os valores mínimos, correspondentes às diferentes dimensões máximas dos agregados, estão apresentados na Tabela C.1.

Tabela C.1: Massa mínima dos provetes de ensaio [22].

Dimensão máxima do agregado $D_{máx}$ [mm]	Massa mínima do proвете [kg]
63	40.0
32	10.0
16	2.6
8	0.6
$\leq 4$	0.2

Caso o valor de  $D_{máx}$  não se encontre na Tabela C.1, a massa mínima do provete de ensaio pode ser interpolada através dos valores de massa presentes no referido quadro.

As amostras são secas em estufa ventilada a  $(110 \pm 5)^\circ\text{C}$  até que a variação da massa, medida em pesagens sucessivas intervaladas de pelo menos 1 hora, seja inferior a 0.1%. A massa do provete de ensaio é registada como  $M_t$ .

A percentagem retida em cada peneiro é determinada segundo a Exp. (C.1):

$$R_i\% = \frac{R_i}{M_t} \cdot 100 \quad (\text{C.1})$$

em que  $R_i\%$  é a percentagem de material retido no peneiro  $i$  (%),  $R_i$  é a massa retida no peneiro  $i$  (g) e  $M_t$  é a massa total da amostra seca (g).

Nas Tabelas C.2 a C.4 encontram-se os resultados do ensaio de peneiração.

Tabela C.2: Curva Granulométrica da Areia 0/2.

Massa Volúmica da Areia 0/2: 2.61 kg/dm <sup>3</sup>					
Peneiro	Malha [mm]	Resíduo		Acumulado	
		gramas	%	Passado [%]	Retido [%]
1"1/2	38.1	0.00	0.00	100.00	0.00
1"	25.4	0.00	0.00	100.00	0.00
3/4"	19.1	0.00	0.00	100.00	0.00
1/2"	12.7	0.00	0.00	100.00	0.00
3/8"	9.51	0.00	0.00	100.00	0.00
nº 4	4.76	0.00	0.00	100.00	0.00
nº 8	2.38	0.30	0.05	99.95	0.05
nº 16	1.19	3.30	0.51	99.45	0.55
nº 30	0.585	78.70	12.06	87.39	12.61
nº 50	0.297	358.20	54.87	32.52	67.48
nº 100	0.147	199.40	30.55	1.98	98.02
nº 200	0.075	10.90	1.67	0.31	99.69
Refugo	0.00	2.00	0.31	0.00	100.00
Totais		652.80	100.00	921.60	378.40
Máxima Dimensão do Agregado (ASTM)				1.19 mm	
Máxima Dimensão do Agregado (Fauy)				2.49 mm	
Módulo de Finura				1.79	

Tabela C.3: Curva Granulométrica da Areia 2/4.

Massa Volúmica da Areia 2/4: 2.62 kg/dm <sup>3</sup>					
Peneiro	Malha [mm]	Resíduo		Acumulado	
		gramas	%	Passado [%]	Retido [%]
1"1/2	38.1	0.00	0.00	100.00	0.00
1"	25.4	0.00	0.00	100.00	0.00
3/4"	19.1	0.00	0.00	100.00	0.00
1/2"	12.7	0.00	0.00	100.00	0.00
3/8"	9.51	0.00	0.00	100.00	0.00
nº 4	4.76	7.40	1.14	98.86	1.14
nº 8	2.38	91.30	14.07	84.78	15.22
nº 16	1.19	233.20	35.95	48.84	51.16
nº 30	0.585	186.30	28.72	20.12	79.88
nº 50	0.297	97.20	14.98	5.13	94.87
nº 100	0.147	22.70	3.50	1.63	98.37
nº 200	0.075	6.40	0.99	0.65	99.35
Refugo	0.00	4.20	0.65	0.00	100.00
Totais		648.70	100.00	760.01	539.99
Máxima Dimensão do Agregado (ASTM)				4.76 mm	
Máxima Dimensão do Agregado (Fauy)				4.95 mm	
Módulo de Finura				3.41	

Tabela C.4: Curva Granulométrica do Agregado Calcário 0/12.5.

Massa Volúmica do Agregado Calcário 0/12.5: 2.63 kg/dm <sup>3</sup>					
Peneiro	Malha [mm]	Resíduo		Acumulado	
		gramas	%	Passado [%]	Retido [%]
1"1/2	38.1	0.00	0.00	100.00	0.00
1"	25.4	0.00	0.00	100.00	0.00
3/4"	19.1	0.00	0.00	100.00	0.00
1/2"	12.7	0.00	0.00	100.00	0.00
3/8"	9.51	398.50	20.72	79.28	20.72
nº 4	4.76	1276.60	66.36	12.92	87.08
nº 8	2.38	159.40	8.29	4.64	95.36
nº 16	1.19	37.80	1.96	2.67	97.33
nº 30	0.585	20.70	1.08	1.60	98.40
nº 50	0.297	15.10	0.78	0.81	99.19
nº 100	0.147	13.50	0.70	0.11	99.89
nº 200	0.075	2.10	0.11	0.00	100.00
Refugo	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00
Totais		1923.70	100.00	502.03	797.97
Máxima Dimensão do Agregado (ASTM)				12.70 mm	
Máxima Dimensão do Agregado (Fauy)				10.99 mm	
Módulo de Finura				5.98	

Calculou-se o módulo de finura de acordo com Coutinho [9]. Para determinação das massas volúmicas apresentadas, seguiu-se a metodologia de ensaio fixada pela NP EN 1097-6 [24].

A percentagem de finos ( $f$ ) que passa pelo peneiro de 0.063 mm obtém-se utilizando a Exp. (C.2).

$$f = \frac{(M_t - M_1) + P}{M_t} \cdot 100 \quad (\text{C.2})$$

em que  $f$  é a percentagem de finos que passa pelo peneiro 0.063 mm (%),  $M_t$  é a massa total da amostra (g),  $M_1$  é a massa da amostra, após lavagem e secagem (g) e  $P$  é a massa de material retida no fundo da coluna de peneiros (g).

Caso a soma das massas  $R_i$  e  $P$  difiram mais de 1% da massa  $M_1$ , é necessário repetir o ensaio.

Após efectuado o cálculo individual de cada peneiro, procede-se à elaboração da curva granulométrica do material ensaiado. Na Figura C.1 apresentam-se as curvas granulométricas dos três agregados utilizados neste trabalho.

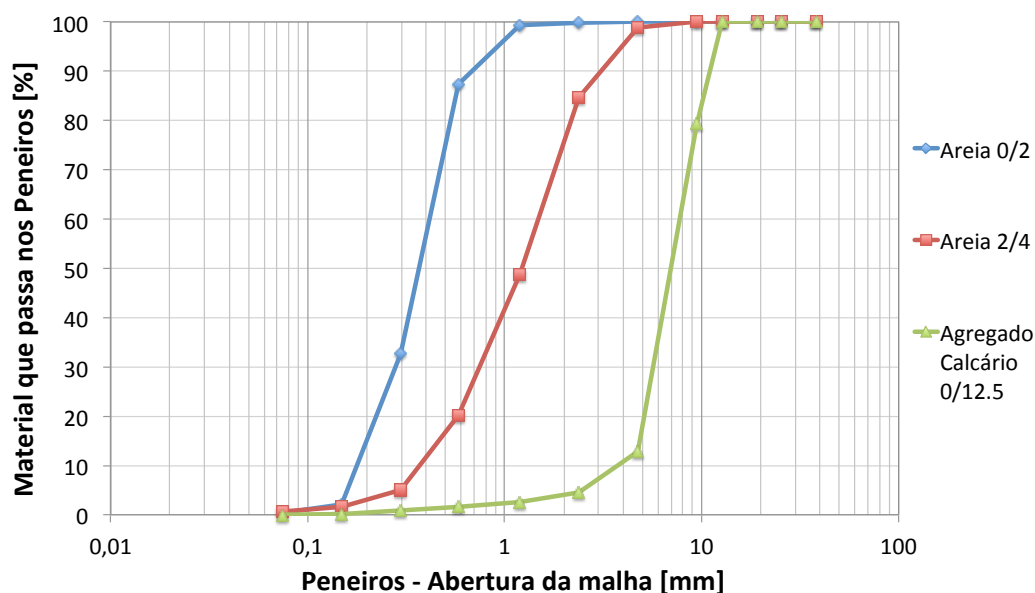


Figura C.1: Curva granulométrica dos agregados utilizados no estudo.